# Capítulo 2

## 1. Expressões algébricas racionais

**1.1** $1 - x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow -x = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}$ **Pág. 43**

$S = \left\{\frac{1}{2}\right\}$, possível e determinada.

**1.2** $-\frac{1}{2}x = 0 \Leftrightarrow x = 0$

$S = \{0\}$, possível e determinada.

**1.3** $-x - (-x + 2) = \frac{1}{4} \Leftrightarrow -x + x - 2 = \frac{1}{4} \Leftrightarrow 0x = \frac{9}{4}$

$S = \{\ \}$, impossível.

**1.4** $-x + 3 - 7 = x \Leftrightarrow -2x = 4 \Leftrightarrow x = -2$

$S = \{-2\}$, possível e determinada.

**1.5** $x - 2 = -(2 + x) \Leftrightarrow x - 2 = -2 - x \Leftrightarrow 2x = 0 \Leftrightarrow x = 0$

$S = \{0\}$, possível e determinada.

---

**2.1** $-\frac{1}{3}x = 0 \Leftrightarrow x = 0$ **Pág. 44**

$S = \{0\}$

**2.2** $5x^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow x^2 = \frac{4}{5} \Leftrightarrow x = \sqrt{\frac{4}{5}} \vee x = -\sqrt{\frac{4}{5}}$

$\Leftrightarrow x = \frac{2}{\sqrt{5}} \vee x = -\frac{2}{\sqrt{5}}$

$S = \left\{-\frac{2}{\sqrt{5}}, \frac{2}{\sqrt{5}}\right\}$

**2.3** $6x^2 + 4 = 0 \Leftrightarrow x^2 = -\frac{4}{6} \Leftrightarrow x = \sqrt{-\frac{4}{6}}$

$x = \sqrt{-\frac{4}{6}}$ não é um número real.

Uma vez que $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 \geq 0$, a equação é impossível.

$S = \{\ \}$

**2.4** $-x^2 = 7x \Leftrightarrow x^2 + 7x = 0 \Leftrightarrow x(x + 7) = 0$

$\Leftrightarrow x = 0 \vee x + 7 = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee x = -7$

$S = \{-7, 0\}$

**2.5** $x^2 - 7x + 10 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{7 \pm \sqrt{49 - 40}}{2} \Leftrightarrow x = \frac{7 \pm \sqrt{9}}{2}$

$\Leftrightarrow x = \frac{7 \pm 3}{2} \Leftrightarrow x = 5 \vee x = 2$

$S = \{2, 5\}$

**3.1** $\frac{2}{3}x^3 = 0 \Leftrightarrow x^3 = 0 \Leftrightarrow x = 0$

$S = \{0\}$

**3.2** $3x^3 + 1 = 0 \Leftrightarrow x^3 = -\frac{1}{3} \Leftrightarrow x = \sqrt[3]{-\frac{1}{3}}$

$S = \left\{\sqrt[3]{-\frac{1}{3}}\right\}$

**3.3** $2x^3 - 14x^2 + 24x = 0 \Leftrightarrow 2x\left(x^2 - 7x + 12\right) = 0$

$\Leftrightarrow 2x = 0 \vee x^2 - 7x + 12 = 0$

$\Leftrightarrow x = 0 \vee (x - 6)(x - 1)$

$\Leftrightarrow x = 0 \vee x = 6 \vee x = 1$

$S = \{0, 1, 6\}$

**Cálculo auxiliar**

$x^2 - 7x + 12 = 0$

$\Leftrightarrow x = \frac{7 \pm \sqrt{49 - 24}}{2} \Leftrightarrow$

$x = \frac{7 \pm 5}{2} \Leftrightarrow x = 5 \vee x = 2$

**4.1** $x^4 - 6x^2 + 8 = 0 \Leftrightarrow$ **Pág. 45**

Para $x^2 = t$, a equação dada transforma-se em:

$t^2 - 6t + 8 = 0 \Leftrightarrow t = \frac{6 \pm \sqrt{36 - 32}}{2}$

$\Leftrightarrow t = \frac{6 \pm 2}{2} \Leftrightarrow t = 4 \vee t = 2$

Tem-se que:

$x^2 = 4 \vee x^2 = 2 \Leftrightarrow x = -2 \vee x = 2 \vee x = \sqrt{2} \vee x = -\sqrt{2}$

$S = \left\{-2, -\sqrt{2}, \sqrt{2}, 2\right\}$

**4.2** $x^4 - 2x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow$

Para $x^2 = t$, a equação dada transforma-se em:

$t^2 - 2t - 3 = 0 \Leftrightarrow t = \frac{2 \pm \sqrt{4 + 12}}{2}$

$\Leftrightarrow t = \frac{2 \pm 4}{2} \Leftrightarrow t = 3 \vee t = -1$

Tem-se que:

$x^2 = 3 \vee x^2 = -1 \Leftrightarrow x = -\sqrt{3} \vee x = \sqrt{3}$

Note-se que $x^2 = -1$ é impossível, já que $\forall x, x^2 \geq 0$

$S = \left\{-\sqrt{3}, \sqrt{3}\right\}$

$S = \{-3, 3\}$

**5.1** $-x > \frac{1}{2} + 2x \Leftrightarrow -3x > \frac{1}{2} \Leftrightarrow 3x < -\frac{1}{2} \Leftrightarrow x < -\frac{1}{6}$

$S = \left]-\infty, \frac{1}{6}\right[$

**5.2** $1 - \frac{x - 1}{2} > \frac{x + 3}{5} \Leftrightarrow \frac{2 - x + 1}{2} > \frac{x + 3}{5} \Leftrightarrow \frac{3 - x}{2} > \frac{x + 3}{5}$

$\Leftrightarrow 5(3 - x) > 2(x + 3) \Leftrightarrow 15 - 5x > 2x + 6 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow -7x > -9 \Leftrightarrow 7x < 9 \Leftrightarrow x < \frac{9}{7}$

$S = \left]-\infty, \frac{9}{7}\right[$

---

**6.1** $(x - 2)(x - 1) > 0$ **Pág. 46**

- zero de $x - 2$ é 2
- zero de $x - 1$ é 1

| $x$ | $-\infty$ | 1 | | 2 | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $(x-2)$ | - | - | - | 0 | + |
| $(x-1)$ | - | 0 | + | + | + |
| $(x-1)\ (x+1)$ | + | 0 | - | 0 | + |

$S = \left]-\infty, 1\right[ \cup \left]2, +\infty\right[$

**6.2** $x(x - 3) < 0$

- zero de $x$ é 0
- zero de $x - 3$ é 3

| $x$ | $-\infty$ | 0 | | 3 | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $x$ | - | 0 | + | + | + |
| $(x-3)$ | - | - | - | 0 | + |
| $(x-1)\ (x+1)$ | + | 0 | - | 0 | + |

$S = \left]0, 3\right[$

**6.3** $x^2 - 6x \geq 0 \Leftrightarrow x(x-6) \geq 0$ **Pág. 43**

- zero de $x$ é $0$
- zero de $x - 6$ é $6$

| $x$ | $-\infty$ | $0$ | | $6$ | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $x$ | - | 0 | + | + | + |
| $(x-6)$ | - | - | - | 0 | + |
| $(x-1)\ (x+1)$ | + | 0 | - | 0 | + |

$S = \left]-\infty, 0\right] \cup \left[6, +\infty\right[$

---

**7.1** $\sqrt{2}\,x + 3$ é uma expressão racional porque é definida por um polinómio; $\sqrt{2x} + 3$ não é uma expressão racional porque a variável $x$ figura no radicando. **Pág. 47**

**7.2 a)** $2x - 2 = 2(x-1)$

**b)** $x^2 - 4 = (x-2)(x+2)$

**c)** $1 - x^2 = (1-x)(1+x)$

**d)** $\dfrac{x^2}{4} - 49 = \left(\dfrac{x}{2} - 7\right)\left(\dfrac{x}{2} + 7\right)$

**e)** $x^2 - 4x + 3 \Leftrightarrow x = \dfrac{4 \pm \sqrt{16-12}}{2} \Leftrightarrow x = \dfrac{4 \pm \sqrt{4}}{2}$

$\Leftrightarrow x = \dfrac{4 \pm 2}{2} \Leftrightarrow x = 3 \vee x = 1$

Então, $x^2 - 4x + 3 = (x-1)(x-3)$

**f)** $2x^2 - 11x + 5$

$\Leftrightarrow x = \dfrac{11 \pm \sqrt{121-40}}{4} \Leftrightarrow x = \dfrac{11 \pm \sqrt{81}}{4}$

$\Leftrightarrow x = \dfrac{11 \pm 9}{2} \Leftrightarrow x = 10 \vee x = 1$

Então, $2x^2 - 11x + 5 = (x-5)(2x-1)$

**g)** $x^3 - x^2 = x^2(x-1)$

**h)** $x^3 - x = x\left(x^2 - 1\right) = x(x-1)(x+1)$

**7.3 a)** $\dfrac{1}{2x-2}$

$D = \{x \in \mathbb{R} : 2x - 2 \neq 0\}$

$2x - 2 = 0 \Leftrightarrow x = 1$

$D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$

**b)** $\dfrac{3x}{x^2 - 4}$

$D = \{x \in \mathbb{R} : x^2 - 4 \neq 0\}$

$x^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow (x-2)(x+2) = 0 \Leftrightarrow x = 2 \vee x = -2$

$D = \mathbb{R} \setminus \{-2, 2\}$

**c)** $\dfrac{x^3}{1 - x^2}$

$D = \{x \in \mathbb{R} : 1 - x^2 \neq 0\}$

$1 - x^2 = 0 \Leftrightarrow (1-x)(1+x) = 0 \Leftrightarrow x = 1 \vee x = -1$

$D = \mathbb{R} \setminus \{-1, 1\}$

**d)** $\dfrac{3x^5 - 1}{\dfrac{x^2}{4} - 49}$

$D = \left\{x \in \mathbb{R} : \dfrac{x^2}{4} - 49 \neq 0\right\}$

$\dfrac{x^2}{4} - 49 = 0 \Leftrightarrow \left(\dfrac{x}{2} - 7\right)\left(\dfrac{x}{2} + 7\right) = 0 \Leftrightarrow x = 14 \vee x = -14$

$D = \mathbb{R} \setminus \{-14, 14\}$

**e)** $\dfrac{1}{x^2 - 4x + 3}$

$D = \{x \in \mathbb{R} : x^2 - 4x + 3 \neq 0\}$

$x^2 - 4x + 3 = 0 \Leftrightarrow x = \dfrac{4 \pm \sqrt{16-12}}{2} \Leftrightarrow x = \dfrac{4 \pm 2}{2}$

$\Leftrightarrow x = 3 \vee x = 1$

$D = \mathbb{R} \setminus \{1, 3\}$

**f)** $\dfrac{1}{2x^2 - 11x + 5}$

$D = \{x \in \mathbb{R} : 2x^2 - 11x + 5 \neq 0\}$

$2x^2 - 11x + 5 = 0 \Leftrightarrow x = \dfrac{11 \pm \sqrt{121-40}}{4} \Leftrightarrow x = \dfrac{11 \pm 9}{4}$

$\Leftrightarrow x = 5 \vee x = \dfrac{1}{2}$

$D = \mathbb{R} \setminus \left\{\dfrac{1}{2}, 5\right\}$

**g)** $\dfrac{3x + 1}{x^3 - x^2}$

$D = \{x \in \mathbb{R} : x^3 - x^2 \neq 0\}$

$x^3 - x^2 = 0 \Leftrightarrow x^2(x-1) = 0 \Leftrightarrow x^2 = 0 \vee x - 1 = 0$

$\Leftrightarrow x = 0 \vee x = 1$

$D = \mathbb{R} \setminus \{0, 1\}$

**h)** $\dfrac{3x^2 - 7}{x^3 - x}$

$D = \{x \in \mathbb{R} : x^3 - x \neq 0\}$

$x^3 - x = 0 \Leftrightarrow x\left(x^2 - 1\right) = 0 \Leftrightarrow x(x-1)(x+1) = 0$

$\Leftrightarrow x = 0 \vee x - 1 = 0 \vee x + 1 = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee x = 1 \vee x = -1$

$D = \mathbb{R} \setminus \{-1, 0, 1\}$

**i)** $\dfrac{3x^2 + 1}{4x^2 - 4x + 6}$

$D = \{x \in \mathbb{R} : 4x^2 - 4x + 6 \neq 0\}$

$4x^2 - 4x + 6 = 0 \Leftrightarrow x = \dfrac{4 \pm \sqrt{16-96}}{8} \Leftrightarrow x = \dfrac{4 \pm \sqrt{-80}}{8}$

Uma vez que $x^2 - 4x + 6$ não tem raízes reais, então é, $\forall x$, diferente de zero. Logo,

$D = \mathbb{R}$

**j)** $\dfrac{2x}{3x^2 - 6x - 9}$

$D = \{x \in \mathbb{R} : 3x^2 - 6x - 9 \neq 0\}$

$3x^2 - 6x - 9 = 0 \Leftrightarrow x = \dfrac{6 \pm \sqrt{36+108}}{6} \Leftrightarrow x = \dfrac{6 \pm 12}{6}$

$\Leftrightarrow x = 3 \vee x = -1$

$D = \mathbb{R} \setminus \{-1, 3\}$

**k)** $\frac{3x^6+1}{x^3-4x^2-5x}$

$D=\{x\in\mathbb{R}: x^3-4x^2-5x\neq 0\}$

$x^3-4x^2-5x=0 \Leftrightarrow x\left(x^2-4x-5\right)=0$

$\Leftrightarrow x=0 \vee x^2-4x-5=0$

$\Leftrightarrow x=\frac{4\pm\sqrt{16+20}}{2} \Leftrightarrow x=\frac{4\pm 6}{2} \Leftrightarrow x=5 \vee x=-1$

Então, $x^3-4x^2-5x=0 \Leftrightarrow x=0 \vee x=-1 \vee x=5$

$D=\mathbb{R}\setminus\{-1,0,5\}$

**l)** $\frac{2x}{x^4-2x^2-3}$

$D=\{x\in\mathbb{R}: x^4-2x^2-3\neq 0\}$

$x^4-2x^2-3=0$

Fazendo $x^2=t$, esta equação transforma-se em:

$t^2-2t-3=0 \Leftrightarrow t=\frac{2\pm\sqrt{4+12}}{2} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow t=\frac{2\pm 4}{2} \Leftrightarrow t=3 \vee t=-1$

Tem-se que:

$x^2=3 \vee x^2=-1 \Leftrightarrow x=-\sqrt{3} \vee x=\sqrt{3}$, uma vez que $x^2\geq 0$

$D=\mathbb{R}\setminus\left\{-\sqrt{3},\sqrt{3}\right\}$

---

**8.1** $\frac{x-3}{9-x^2}=\frac{x-3}{(3-x)(3+x)}=\frac{-(3-x)}{(3-x)(3+x)}=\frac{-1}{x+3}$ **Pág. 48**

$D=\{x\in\mathbb{R}: 9-x^2\neq 0\}$

$9-x^2=0 \Leftrightarrow x^2=9 \Leftrightarrow x=\pm\sqrt{9} \Leftrightarrow x=-3 \vee x=3$

$D=\mathbb{R}\setminus\{-3,3\}$

**8.2** $\frac{x-5}{x^2+25-10x}=$

$=\frac{x-5}{(x-5)^2}=\frac{1}{x-5}$

Cálculo auxiliar:

$x=\frac{10\pm\sqrt{100-100}}{2} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x=5$

$D=\{x\in\mathbb{R}: x^2+25-10x\neq 0\}$

$x^2+25-10x=0 \Leftrightarrow (x-5)^2=0 \Leftrightarrow x=5$

$D=\mathbb{R}\setminus\{5\}$

**8.3** $\frac{\frac{x+2}{2}}{\frac{1}{x}}=\frac{x(x+2)}{2}$

$D=\{x\in\mathbb{R}: x\neq 0\}$

$D=\mathbb{R}\setminus\{0\}$

**8.4** $\frac{3x+x^2}{x+3}=\frac{x(3+x)}{x+3}=x$

$D=\{x\in\mathbb{R}: x+3\neq 0\}$

$x+3=0 \Leftrightarrow x=-3$

$D=\mathbb{R}\setminus\{-3\}$

**8.5** $\frac{(x-5)^2}{25-x^2}=\frac{(x-5)^2}{(5-x)(5+x)}=\frac{(x-5)^2}{-(x-5)(5+x)}=\frac{5-x}{5+x}$

$D=\{x\in\mathbb{R}: 25-x^2\neq 0\}$

$25-x^2=0 \Leftrightarrow x=\pm\sqrt{25} \Leftrightarrow x=-5 \vee x=5$

$D=\mathbb{R}\setminus\{-5,5\}$

**8.6** $\frac{1}{1-x}-\frac{2}{x}=\frac{x-2(1-x)}{x(1-x)}=\frac{x-2+2x}{x(1-x)}=\frac{3x-2}{x(1-x)}$

$D=\{x\in\mathbb{R}: 1-x\neq 0 \wedge x\neq 0\}$

$1-x=0 \vee x=0 \Leftrightarrow x=1 \vee x=0$

$D=\mathbb{R}\setminus\{0,1\}$

**8.7** $\frac{x^2-3x-4}{x^2-4x}=\frac{(x-4)(x+1)}{x(x-4)}=$

$=\frac{x+1}{x}$

Cálculo auxiliar:

$x=\frac{3\pm\sqrt{9+16}}{2} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x=4 \vee x=-1$

$D=\{x\in\mathbb{R}: x^2-4x\neq 0\}$

$x^2-4x=0 \Leftrightarrow x(x-4)=0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x=0 \vee x-4=0 \Leftrightarrow x=0 \vee x=4$

$D=\mathbb{R}\setminus\{0,4\}$

**8.8** $\frac{x^5-x^2}{x^4+x^3+x^2}=\frac{x^2\left(x^3-1\right)}{x^2\left(x^2+x+1\right)}=\frac{x^3-1}{x^2+x+1}=$

$=\frac{(x-1)\left(x^2+x+1\right)}{x^2+x+1}=x-1$

$D=\{x\in\mathbb{R}: x^4+x^3+x^2\neq 0\}$

$x^4+x^3+x^2=0 \Leftrightarrow x^2\left(x^2+x+1\right)=0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x^2=0 \vee x^2+x+1=0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x=0 \vee x=\frac{-1\pm\sqrt{1-4}}{2}=\frac{-1\pm\sqrt{-3}}{2}$

$D=\mathbb{R}\setminus\{0\}$

**8.9** $\frac{x+\frac{1}{2}x}{x-\frac{1}{x}}=\frac{\frac{3}{2}x}{\frac{x^2-1}{x}}=\frac{\frac{3}{2}x^2}{x^2-1}=\frac{3x^2}{2\left(x^2-1\right)}$

$D=\left\{x\in\mathbb{R}: x-\frac{1}{x}\neq 0 \wedge x\neq 0\right\}$

$x-\frac{1}{x}=0 \vee x=0 \Leftrightarrow \frac{x^2-1}{x}=0 \vee x=0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x^2-1=0 \vee x=0 \Leftrightarrow x=-1 \vee x=-1 \vee x=0$

$D=\mathbb{R}\setminus\{-1,0,1\}$

---

**9.1** $\frac{x}{4}\times\frac{-4}{5x^3}=\frac{-\cancel{4}x}{\cancel{4}\times 5x^3}=\frac{-\cancel{x}}{5x^{\cancel{3}}}=-\frac{1}{5x^2}$ **Pág. 49**

$D=\{x\in\mathbb{R}: 5x^3\neq 0\}$

$D=\mathbb{R}\setminus\{0\}$

**9.2** $\frac{x^2+3x}{2-x}\times\frac{x^2-4}{x^2-9}=\frac{x(x+3)\left(x^2-4\right)}{(2-x)(x-3)(x+3)}=$

$=\frac{x(x-2)(x+2)}{(2-x)(x-3)}=\frac{x(2-x)(x+2)}{-(2-x)(x-3)}=\frac{x^2+2x}{3-x}$

$D=\{x\in\mathbb{R}: 2-x\neq 0 \wedge x^2-9\neq 0\}$

$2-x=0 \vee x^2-9=0 \Leftrightarrow x=2 \vee x=-3 \vee x=3$

$D=\mathbb{R}\setminus\{-3,2,3\}$

**9.3** $\frac{2x}{x^2+2x+1}\times\frac{1-x^2}{x^2}=$

$=\frac{2x\left(1-x^2\right)}{\left(x^2+2x+1\right)x^2}=$

$=\frac{2(1-x)(1+x)}{(x+1)^2x}=\frac{2(1-x)}{(x+1)x}=\frac{2-2x}{x^2+x}$

Cálculo auxiliar:

$x=\frac{-2\pm\sqrt{4-4}}{2} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x=-1$

$D=\{x\in\mathbb{R}: x^2+2x+1\neq 0 \wedge x^2\neq 0\}$

$x^2+2x+1=0 \vee x^2=0 \Leftrightarrow x=-1 \vee x=0$

$D=\mathbb{R}\setminus\{-1,0\}$

**9.4** $\frac{x^2+4x+1}{x-2}\times\frac{x^2-4x+1}{x+2}=\frac{(x+2)^2(x-2)^2}{(x-2)(x+2)}=$

$=(x-2)(x+2)=x^2+2x-2x-4=x^2-4$

$D=\{x\in\mathbb{R}: x-2\neq 0 \wedge x+2\neq 0\}$

$x-2=0 \vee x+2=0 \Leftrightarrow x=2 \vee x=-2$

$D=\mathbb{R}\setminus\{-2,2\}$

---

**10.1** $(-3x):\dfrac{2}{x+1}=(-3x)\times\dfrac{x+1}{2}=-\dfrac{3x^2+3x}{2}$ **Pág. 50**

$D=\{x\in\mathbb{R}: x+1\neq 0\}$

$x+1=0 \Leftrightarrow x=-1$

$D=\mathbb{R}\setminus\{-1\}$

**10.2** $\dfrac{x^4-1}{x^4}:\dfrac{x^2+1}{3x}=\dfrac{x^4-1}{x^4}\times\dfrac{3x}{x^2+1}=$

$=\dfrac{3x(x^4-1)}{x^4}\times\dfrac{1}{x^2+1}=\dfrac{3(x^2-1)(x^2+1)}{x^3(x^2+1)}=$

$=\dfrac{3(x^2-1)}{x^3}=\dfrac{3x^2-3}{x^3}$

$D=\left\{x\in\mathbb{R}: x^4\neq 0 \wedge \dfrac{x^2+1}{3x}\neq 0\right\}$

$D=\mathbb{R}\setminus\{0\}$

**10.3** $\dfrac{x^2-25}{15x}:\dfrac{x^2+10x+25}{9x^2}=$

$=\dfrac{x^2-25}{15x}\times\dfrac{9x^2}{x^2+10x+25}=$

$=\dfrac{9x^2(x-5)(x+5)}{15x(x+5)^2}$

$=\dfrac{9x\cdot(x-5)}{15(x+5)}=\dfrac{3x^2-15x}{5x+25}$

$D=\left\{x\in\mathbb{R}: 15x\neq 0 \wedge \dfrac{x^2+10x+25}{9x^2}\neq 0\right\}$

$D=\mathbb{R}\setminus\{-5,0\}$

**Cálculo auxiliar:**

$x^2+10x+25=0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x=\dfrac{-10\pm\sqrt{100-100}}{2} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x=-5$

**10.4** $\dfrac{x^2+4x+3}{x^2-5x+4}:\dfrac{x+3}{x-4}=$

$=\dfrac{x^2+4x+3}{x^2-5x+4}\times\dfrac{x-4}{x+3}=$

$=\dfrac{(x+1)(x+3)(x-4)}{(x^2-5x+4)(x+3)}=$

$=\dfrac{(x+1)(x-4)}{(x-4)(x-1)}=$

$=\dfrac{(x+1)}{(x-1)}$

**Cálculo auxiliar:**

$x^2+4x+3=0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x=\dfrac{-4\pm\sqrt{16-12}}{2} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x=-1 \vee x=-3$

$x^2-5x+4=0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x=\dfrac{5\pm\sqrt{25-16}}{2} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x=4 \vee x=1$

$D=\left\{x\in\mathbb{R}: x^2-5x+4\neq 0 \wedge \dfrac{x+3}{x-4}\neq 0\right\}$

$D=\mathbb{R}\setminus\{-3,1,4\}$

**11.1** $\dfrac{x}{x-2}+\dfrac{2x+1}{x+2}-\dfrac{2x^2}{x^2-4}=$

$=\dfrac{x(x+2)}{x^2-4}+\dfrac{(2x+1)(x-2)}{x^2-4}-\dfrac{2x^2}{x^2-4}=$

$=\dfrac{x^2+2x+2x^2-4x+x-2-2x^2}{x^2-4}=$

$=\dfrac{x^2-x-2}{x^2-4}=\dfrac{(x-2)(x+1)}{(x-2)(x+2)}=\dfrac{(x+1)}{(x+2)}$

$D=\{x\in\mathbb{R}: x-2\neq 0 \vee x+2\neq 0 \vee x^2-4\neq 0\}$

$D=\mathbb{R}\setminus\{-2,2\}$

**11.2** $\dfrac{x^2-1}{x}-\dfrac{x^2}{x+1}+\dfrac{1}{x^2+x}=$

$=\dfrac{(x^2-1)(x+1)}{x^2+x}-\dfrac{x^2\cdot x}{x^2+x}+\dfrac{1}{x^2+x}=$

$=\dfrac{x^3+x^2-x-1-x^3+1}{x^2+x}=\dfrac{x^2-x}{x^2+x}=$

$=\dfrac{x(x-1)}{x(x+1)}=\dfrac{(x-1)}{(x+1)}$

$D=\{x\in\mathbb{R}: x\neq 0 \wedge x+1\neq 0 \wedge x^2+x\neq 0\}$

$D=\mathbb{R}\setminus\{-1,0\}$

**11.3** $\dfrac{2x}{x-2}-\dfrac{2x+3}{2x^2-x-6}=$

$=\dfrac{2x}{x-2}-\dfrac{2x+3}{2(x-2)\left(x+\frac{3}{2}\right)}=$

$=\dfrac{4x\cdot(2x+3)}{x-2}-\dfrac{2x+3}{2(x-2)(2x+3)}=$

$=\dfrac{4x\cdot(2x+3)-(2x+3)}{2(x-2)(2x+3)}=\dfrac{2(2x+3)(2x-1)}{2(x-2)(2x+3)}=$

$=\dfrac{2x-1}{x-2}$

$D=\{x\in\mathbb{R}: x-2\neq 0 \wedge 2x^2-x-6\neq 0\}$

$D=\mathbb{R}\setminus\left\{-\dfrac{3}{2},2\right\}$

**Cálculo auxiliar:**

$2x^2-x-6=0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x=\dfrac{1\pm\sqrt{1+48}}{4} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x=2 \vee x=-\dfrac{3}{2}$

**11.4** $\dfrac{4}{x^2-4}-\dfrac{2x}{2-x}+\dfrac{3}{x+2}=\dfrac{4}{x^2-4}+\dfrac{2x}{x-2}+\dfrac{3}{x+2}=$

$=\dfrac{4}{x^2-4}+\dfrac{2x\cdot(x+2)}{x^2-4}+\dfrac{3(x-2)}{x^2-4}=$

$=\dfrac{4+2x^2+4x+3x-6}{x^2-4}=\dfrac{2x^2+7x-2}{x^2-4}$

$D=\{x\in\mathbb{R}: x^2-4\neq 0 \wedge 2-x\neq 0 \wedge x+2\neq 0\}$

$D=\mathbb{R}\setminus\{-2,2\}$

**11.5** $\dfrac{3x-1}{(x-1)^2}+\dfrac{1}{1-x^2}=\dfrac{3x-1}{(x-1)(x-1)}-\dfrac{1}{x^2-1}=$

$=\dfrac{3x-1}{(x-1)(x-1)}-\dfrac{1}{(x-1)(x+1)}=$

$=\dfrac{(3x-1)(x+1)}{(x-1)(x-1)(x+1)}-\dfrac{x-1}{(x-1)(x-1)(x+1)}=$

$=\dfrac{3x^2+3x-x-1-x+1}{(x-1)(x-1)(x+1)}=\dfrac{3x^2+x}{(x-1)^2(x+1)}$

$D=\{x\in\mathbb{R}: (x-1)^2\neq 0 \wedge 1-x^2\neq 0\}$

$D=\mathbb{R}\setminus\{-1,1\}$

**11.6** $\dfrac{4}{4x^2-9}-\dfrac{3x}{4x^2+12x+9}+\dfrac{1}{2x-3}=$

$=\dfrac{4}{(2x-3)(2x+3)}-\dfrac{3x}{4\left(x+\frac{3}{2}\right)\left(x+\frac{3}{2}\right)}+\dfrac{1}{2x-3}=$

$=\dfrac{4}{(2x-3)(2x+3)}-\dfrac{3x}{4(2x+3)(2x+3)}+\dfrac{1}{2x-3}=$

$=\dfrac{4(2x+3)-3x\cdot(2x-3)+(2x+3)(2x+3)}{(2x-3)(2x+3)^2}$

$=\dfrac{8x+12-6x^2+9x+4x^2+6x+6x+9}{(2x-3)(2x+3)^2}$

$=\dfrac{-2x^2+29x+21}{(2x+3)^2(2x-3)}$

$D=\{x\in\mathbb{R}: 4x^2-9\neq 0 \wedge 4x^2+12x+9\neq 0 \wedge 2x-3\neq 0\}$

$D=\mathbb{R}\setminus\left\{-\dfrac{3}{2},\dfrac{3}{2}\right\}$

**Cálculo auxiliar:**

$4x^2+12x+9=0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x=\dfrac{-12\pm\sqrt{144-144}}{8} \Leftrightarrow x=-\dfrac{3}{2}$

**11.7** $\frac{3}{x^3-9x}+\frac{2}{3(x-3)^2}+\frac{1}{x^2+3x}=$

$=\frac{3}{x\cdot(x^2-9)}+\frac{2}{3(x-3)(x-3)}+\frac{1}{x\cdot(x+3)}=$

$=\frac{3}{x\cdot(x-3)(x+3)}+\frac{2}{3(x-3)(x-3)}+\frac{1}{x\cdot(x+3)}=$

$=\frac{3\times3(x-3)}{x\cdot(x-3)(x+3)}+\frac{2x.(x+3)}{3(x-3)(x-3)}+\frac{3(x-3)(x-3)}{x\cdot(x+3)}=$

$=\frac{9x-27+2x^2+6x+3x^2-9x-9x+27}{3x\cdot(x-3)^2(x+3)}=$

$=\frac{2x^2+6x+3x^2-9x}{3x\cdot(x-3)^2(x+3)}=\frac{5x^2-3x}{3x\cdot(x-3)^2(x+3)}$

$=\frac{x(5x-3)}{3x\cdot(x-3)^2(x+3)}=\frac{(5x-3)}{3(x-3)^2(x+3)}$

$D=\left\{x\in\mathbb{R}: x^3-9x\neq0\wedge3(x-3)^2\neq0\wedge x^2+3x\neq0\right\}$

- $x^3-9x=0\Leftrightarrow x(x^2-9)=0\Leftrightarrow x=0\vee x=-3\vee x=3$
- $3(x-3)^2=0\Leftrightarrow(x-3)(x+3)=0\Leftrightarrow x=3\vee x=-3$
- $x^2+3x=0\Leftrightarrow x\cdot(x+3)\Leftrightarrow x=0\vee x=-3$

$D=\mathbb{R}\setminus\{-3,0,3\}$

**11.8** $\frac{2}{x}\times\frac{x^2}{6}=\frac{2x^2}{6x}=\frac{x}{3}$

$D=\{x\in\mathbb{R}: x\neq0\}$

$D=\mathbb{R}\setminus\{0\}$

**11.9** $\frac{x^2-16}{x^4}\times\frac{x^2}{x^2+4x}=\frac{(x-4)(x+4)}{x^2\cdot(x^2+4x)}=$

$=\frac{(x-4)(x+4)}{x^2\cdot x\cdot(x+4)}=\frac{(x-4)}{x^3}$

$D=\left\{x\in\mathbb{R}: x^4\neq0\wedge x^2+4x\neq0\right\}$

- $x^4=0\Leftrightarrow x=0$
- $x^2+4x=0\Leftrightarrow x.(x+4)=0\Leftrightarrow x=0\vee x=-4$

$D=\mathbb{R}\setminus\{-4,0\}$

**11.10** $\frac{(x+1)\times5}{x^2-1}=\frac{(x+1)\times5}{(x-1)(x+1)}=\frac{5}{(x-1)}$

$D=\left\{x\in\mathbb{R}: x^2-1\neq0\right\}$

$D=\mathbb{R}\setminus\{-1,1\}$

**11.11** $(x+1):\frac{5x^2-5}{x^2}=(x+1)\times\frac{x^2}{5x^2-5}$

$=\frac{(x+1)\cdot x^2}{5(x^2-1)}=\frac{(x+1)\cdot x^2}{5(x-1)(x+1)}=\frac{x^2}{(x-1)}$

$D=\left\{x\in\mathbb{R}: \frac{5x^2-5}{x^2}\neq0\right\}$

- $x^2=0\Leftrightarrow x=0$
- $5x^2-5=0\Leftrightarrow5(x^2-1)\Leftrightarrow x=-1\vee x=1$

$D=\mathbb{R}\setminus\{-1,0,1\}$

**11.12** $\frac{x^2-9}{2x}:\frac{x^2+6x+9}{4x^2}=$

$=\frac{x^2-9}{2x}\times\frac{4x^2}{x^2+6x+9}=$

$=\frac{2(x^2-9)\cdot x}{x^2+6x+9}=$

$=\frac{2(x-3)(x+3)\cdot x}{(x+3)^2}=\frac{2x\cdot(x-3)}{x+3}$

$D=\left\{x\in\mathbb{R}: 2x\neq0\wedge\frac{x^2+6x+9}{4x^2}\neq0\right\}$

$D=\mathbb{R}\setminus\{-3,0\}$

**Cálculo auxiliar:**

$x^2+6x+9=0\Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x=\frac{-6\pm\sqrt{36-36}}{2}\Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x=-3$

**11.13** $\frac{2x^2-3x+1}{2x^2-x-10}:\frac{x-1}{x+2}=$

$=\frac{2x^2-3x+1}{2x^2-x-10}\times\frac{x+2}{x-1}=$

$=\frac{2\left(x-\frac{1}{2}\right)(x-1)}{2\left(x-\frac{5}{2}\right)(x+2)}\times\frac{x+2}{x-1}=$

$=\frac{(2x-1)(x-1)(x+2)}{\left(2x-\frac{5}{2}\right)(x-1)(x+2)}=$

$=\frac{2x-1}{2x-5}$

$D=\left\{x\in\mathbb{R}: 2x^2-x-10\neq0\wedge\frac{x-1}{x+2}\neq0\right\}$

$D=\mathbb{R}\setminus\left\{-2,\frac{5}{2},1\right\}$

**Cálculo auxiliar:**

$2x^2-3x+1=0\Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x=\frac{3\pm\sqrt{9-8}}{4}\Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x=1\vee x=\frac{1}{2}$

$2x^2-x-10=0\Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x=\frac{1\pm\sqrt{1+80}}{4}\Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x=\frac{5}{2}\vee x=-2$

**12.1** **Pág. 53**

$x-\frac{1}{x}=0\Leftrightarrow\frac{x^2-1}{x}=0$

$\Leftrightarrow x^2-1=0\wedge x\neq0\Leftrightarrow x=-1\vee x=1$

$S=\{-1,1\}$

**12.2** $\frac{x^2-4}{x-2}=0\Leftrightarrow\frac{(x-2)(x+2)}{(x-2)}=0$

$\Leftrightarrow(x-2)(x+2)=0\wedge x-2\neq0$

$\Leftrightarrow x-2=0\vee x+2=0\wedge x\neq2\Leftrightarrow x=-2$

$S=\{-2\}$

**12.3** $x+\frac{2}{2x-6}+\frac{1}{x-3}=2$

$\Leftrightarrow x+\frac{2}{2(x-3)}+\frac{1}{x-3}-2=0$

$\Leftrightarrow x+\frac{1}{(x-3)}+\frac{1}{x-3}-2=0$

$\Leftrightarrow\frac{x(x-3)+1+1-2(x-3)}{(x-3)}=0$

$\Leftrightarrow\frac{x(x-3)+1+1-2(x-3)}{(x-3)}=0$

$\Leftrightarrow\frac{x^2-3x+2-2x+6}{(x-3)}=0\Leftrightarrow\frac{x^2-5x+8}{(x-3)}=0$

$\Leftrightarrow x^2-5x+8=0\wedge x-3\neq0$

$\Leftrightarrow x=\frac{5\pm\sqrt{25-32}}{2}\Leftrightarrow x=\frac{5\pm\sqrt{-7}}{2}$

$S=\{\ \}$

**12.4** $1-\frac{x}{4x^2-1}=2+\frac{x}{1-4x^2}\Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow-1-\frac{x}{4x^2-1}=-\frac{x}{4x^2-1}\Leftrightarrow-1=0$

$S=\{\ \}$

**12.5** $\frac{1}{x-1}-\frac{2}{x+1}=-\frac{3}{1-x^2}$

$\Leftrightarrow\frac{1}{x-1}-\frac{2}{x+1}=\frac{3}{x^2-1}$

$\Leftrightarrow\frac{1}{x-1}-\frac{2}{x+1}=\frac{3}{(x-1)(x+1)}$

$\Leftrightarrow\frac{(x+1)-2(x-1)-3}{x^2-1}\Leftrightarrow\frac{x+1-2x+2-3}{x^2-1}$

$\Leftrightarrow\frac{-x}{x^2-1}\Leftrightarrow-x=0\wedge x^2-1\neq0\Leftrightarrow x=0$

$S=\{0\}$

**12.6** $\frac{1}{3}+\frac{1-2x}{6-3x}=\frac{x^2}{x^2-4}$

$\Leftrightarrow \frac{1}{3}+\frac{1-2x}{3(2-x)}=\frac{x^2}{(x-2)(x+2)}$

$\Leftrightarrow \frac{1}{3}-\frac{1-2x}{3(x-2)}=\frac{x^2}{(x-2)(x+2)}$

$\Leftrightarrow \frac{(x-2)(x+2)}{3(x-2)(x+2)}-\frac{(1-2x)(x+2)}{3(x-2)(x+2)}=\frac{3x^2}{3(x-2)(x+2)}$

$\Leftrightarrow \frac{x^2+2x-2x-4-x-2+2x^2+4x-3x^2}{3(x-2)(x+2)}=0$

$\Leftrightarrow \frac{-4-2+3x}{3(x-2)(x+2)}=0 \Leftrightarrow \frac{3x-6}{3(x-2)(x+2)}=0$

$\Leftrightarrow \frac{3(x-2)}{3(x-2)(x+2)}=0 \Leftrightarrow \frac{1}{(x+2)}=0$

$\Leftrightarrow 1=0 \wedge x+2\neq 0$

$S=\{\ \}$

**13.1** $\frac{2}{x-1}-\frac{3}{1-x}=1$

$\Leftrightarrow \frac{2}{x-1}+\frac{3}{x-1}=\frac{x-1}{x-1}$

$\Leftrightarrow \frac{6-x}{x-1}=0$

$\Leftrightarrow 6-x=0 \wedge x-1\neq 0$

$\Leftrightarrow x=6 \wedge x\neq 1$

$S=\{6\}$

**13.2** $\frac{x^2}{x+1}-\frac{x}{x+1}=\frac{3}{2}$

$\Leftrightarrow \frac{2(x^2-x)}{2(x+1)}=\frac{3(x+1)}{2(x+1)}$

$\Leftrightarrow \frac{2x^2-2x-3x-3}{2(x+1)}=0$

$\Leftrightarrow \frac{2x^2-5x-3}{2(x+1)}=0$

$\Leftrightarrow 2x^2-5x-3=0 \wedge 2(x+1)\neq 0$

$\Leftrightarrow x=\frac{5\pm\sqrt{25+24}}{4} \wedge x\neq -1$

$\Leftrightarrow \left(x=3 \vee x=-\frac{1}{2}\right) \wedge x\neq -1$

$S=\left\{-\frac{1}{2}, 3\right\}$

**13.3** $\frac{x}{x-1}-\frac{1}{x-1}-\frac{3}{4}=\frac{3}{4x}$

$\Leftrightarrow \frac{(x-1)(4x)}{(x-1)(4x)}-\frac{3x\times(x-1)}{(x-1)(4x)}=\frac{3(x-1)}{(x-1)(4x)}$

$\Leftrightarrow \frac{4x^2-4x-3x^2+3x-3x+3}{(x-1)(4x)}=0$

$\Leftrightarrow \frac{x^2-4x+3}{(x-1)(4x)}=0$

$\Leftrightarrow x^2-4x+3=0 \wedge (x-1)(4x)\neq 0$

$\Leftrightarrow x=\frac{4\pm\sqrt{16-12}}{2} \wedge (x\neq 1 \wedge x\neq 0)$

$\Leftrightarrow (x=3 \vee x=1) \wedge (x\neq 1 \wedge x\neq 0) \Leftrightarrow x=3$

$S=\{3\}$

**13.4** $\frac{24x}{x^2-16}-\frac{3x}{x-4}=\frac{5}{x+4}$

$\Leftrightarrow \frac{24x}{(x-4)(x+4)}-\frac{3x}{x-4}=\frac{5}{x+4}$

$\Leftrightarrow \frac{24x}{(x-4)(x+4)}-\frac{3x\times(x+4)}{(x-4)(x+4)}-\frac{5(x-4)}{(x-4)(x+4)}=0$

$\Leftrightarrow \frac{24x-3x^2-12x-5x+20}{(x-4)(x+4)}=0$

$\Leftrightarrow \frac{-3x^2+7x+20}{(x-4)(x+4)}=0$

$\Leftrightarrow -3x^2+7x+20=0 \wedge (x-4)(x+4)\neq 0$

$\Leftrightarrow \frac{-7\pm\sqrt{49+240}}{-6} \wedge (x-4\neq 0 \wedge x+4\neq 0)$

$\Leftrightarrow \left(x=-\frac{5}{3} \vee x=4\right) \wedge (x\neq 4 \wedge x\neq -4) \Leftrightarrow x=-\frac{5}{3}$

$S=\left\{-\frac{5}{3}\right\}$

---

**14.1 a)** $\frac{x}{3}-1>\frac{2x+1}{4} \Leftrightarrow \frac{4x-12-6x-3}{4\times 3}>0$ **Pág. 55**

$\Leftrightarrow \frac{-2x-15}{12}>0 \Leftrightarrow -2x-15>0$

$\Leftrightarrow -2x>15 \Leftrightarrow 2x<-15 \Leftrightarrow x<-\frac{15}{2}$

$S=\left]-\infty, -\frac{15}{2}\right[$

**b)** $\frac{x+1}{3-x}<0$

**Determinação dos zeros:**

$\frac{x+1}{3-x}=0$

$\Leftrightarrow x+1=0 \wedge 3-x\neq 0 \Leftrightarrow x=-1 \wedge x\neq 3$

| $x$ | $-\infty$ | $-1$ | | $3$ | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $x+1$ | - | 0 | + | 0 | + |
| $3-x$ | + | + | + | 0 | - |
| $\frac{x+1}{3-x}$ | - | 0 | + | s.s. | - |

Então, $\frac{x+1}{3-x}<0 \Leftrightarrow x<-1 \vee x>3$

Logo, $S=]-\infty, -1[\,\cup\,]3, +\infty[$

**c)** $\frac{x+1}{x-3}>2 \Leftrightarrow \frac{x+1}{x-3}-\frac{2(x-3)}{x-3}>0$

$\Leftrightarrow \frac{x+1-2x+6}{x-3}>0 \Leftrightarrow \frac{-x+7}{x-3}>0$

**Determinação dos zeros:**

$\frac{-x+7}{x-3}=0 \Leftrightarrow -x+7=0 \wedge x-3\neq 0$

$\Leftrightarrow x=7 \wedge x\neq 3$

| $x$ | $-\infty$ | $3$ | | $7$ | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $-x+7$ | + | + | + | 0 | - |
| $x-3$ | - | 0 | + | + | + |
| $\frac{-x+7}{x-3}$ | - | s.s. | + | 0 | - |

Então, $\frac{-x+7}{x-3}>0 \Leftrightarrow x>3 \wedge x<7$

Logo, $S=]3, 7[$

**d)** $\frac{2x+3}{x} \leq 3 \Leftrightarrow \frac{2x+3}{x} \leq \frac{3x}{x}$

$\Leftrightarrow \frac{-x+3}{x} \leq 0$

**Determinação dos zeros:**

$\frac{-x+3}{x} = 0 \Leftrightarrow -x+3=0 \land x \neq 0$

$\Leftrightarrow x = 3 \land x \neq 0$

| $x$ | $-\infty$ | 0 | | 3 | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $-x+3$ | + | + | + | 0 | - |
| $x$ | - | 0 | + | + | + |
| $\frac{-x+3}{x}$ | - | s.s. | + | 0 | - |

Então, $\frac{-x+3}{x} \leq 0 \Leftrightarrow x<0 \lor x \geq 3$

Logo, $S = \left]-\infty, 0\right[ \cup \left[3, +\infty\right[$

**e)** $\frac{3}{2x+3} \geq 0$

Uma vez que $3>0$, tem-se que

$\frac{3}{2x+3} \geq 0 \Leftrightarrow 2x+3>0 \Leftrightarrow x > -\frac{3}{2}$

$S = \left]-\frac{3}{2}, +\infty\right[$

**f)** $\frac{x^2+5}{2-3x} < 0$

Uma vez que $\forall x,\ x^2+5>0$, tem-se que

$\frac{x^2+5}{2-3x} < 0 \Leftrightarrow 2-3x<0 \Leftrightarrow -3x<-2$

$\Leftrightarrow 3x>2 \Leftrightarrow x>\frac{2}{3}$

$S = \left]\frac{2}{3}, +\infty\right[$

**g)** $\frac{x^2-25}{x^2+25} \geq 0$

Uma vez que $\forall x, x^2+25>0$, tem-se que

$\frac{x^2-25}{x^2+25} \geq 0 \Leftrightarrow x^2-25 \geq 0 \Leftrightarrow (x-5)(x+5) \geq 0$

**Determinação dos zeros:**

$(x-5)(x+5)=0 \Leftrightarrow x=5 \lor x=-5$

| $x$ | $-\infty$ | -5 | | 5 | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $x$-5 | - | - | - | 0 | + |
| $x$+5 | - | 0 | + | + | + |
| ($x$-5)($x$+5) | + | 0 | - | 0 | + |

Então, $(x-5)(x+5) \geq 0 \Leftrightarrow x \leq -5 \lor x \geq 5$

Logo, $S = \left]-\infty, -5\right] \cup \left[5, +\infty\right[$

**h)** $\frac{x-1}{2-3x} \geq 0$

**Determinação dos zeros:**

$\frac{x-1}{2-3x} = 0 \Leftrightarrow x-1=0 \land 2-3x \neq 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x=1 \land x \neq \frac{2}{3}$

| $X$ | $-\infty$ | $\frac{2}{3}$ | | 1 | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $x$-1 | - | - | - | 0 | + |
| 2-3$x$ | + | 0 | - | - | - |
| $\frac{x-1}{2-3x}$ | - | s.s. | + | 0 | - |

Então, $\frac{x-1}{2-3x} \geq 0 \Leftrightarrow x > \frac{2}{3} \land x \leq 1$

Logo, $S = \left]\frac{2}{3}, 1\right]$

**i)** $\frac{x^2}{(x-3)(4+x)} \geq 0$

Uma vez que $\forall x, x^2 \geq 0$, tem-se que

$\frac{x^2}{(x-3)(4+x)} \geq 0 \Leftrightarrow (x-3)(4+x)>0$

**Determinação dos zeros:**

$x^2=0 \lor (x-3)(4+x) \neq 0 \Leftrightarrow x=0 \lor (x=3 \lor x=-4)$

| $x$ | $-\infty$ | -4 | | 3 | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $x$-3 | - | - | - | 0 | + |
| 4+$x$ | - | 0 | + | + | + |
| ($x$-3)(4+$x$) | + | 0 | - | 0 | + |

Então, $(x-3)(4+x) > 0 \Leftrightarrow x<-4 \lor x>3$

Logo, $S = \left]-\infty, -4\right[ \cup \{0\} \cup \left]3, +\infty\right[$

**j)** $\frac{1}{x} > x \Leftrightarrow \frac{1}{x} > \frac{x^2}{x} \Leftrightarrow \frac{-x^2+1}{x} > 0$

**Determinação dos zeros:**

$\frac{-x^2+1}{x} = 0 \Leftrightarrow -x^2+1=0 \land x \neq 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x^2=1 \land x \neq 0 \Leftrightarrow (x=-1 \lor x=1) \land x \neq 0$

| x | $-\infty$ | -1 | | 0 | | 1 | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| -$x^2$+1 | - | 0 | + | + | + | 0 | - |
| $x$ | - | - | - | 0 | + | + | + |
| $\frac{-x^2+1}{x}$ | + | 0 | - | s.s. | + | 0 | - |

Então, $\frac{-x^2+1}{x} > 0 \Leftrightarrow x<-1 \lor 0<x<1$

Logo, $S = \left]-\infty, -1\right[ \cup \left]0, 1\right[$

**14.2 a)** $\frac{x}{30-x} = \frac{3}{5} \Leftrightarrow \frac{5x}{30-x} - \frac{3(30-x)}{30-x} = 0$

$\Leftrightarrow \frac{5x-90+3x}{30-x} = 0 \Leftrightarrow \frac{8x-90}{30-x} = 0$

$\Leftrightarrow 8x-90=0 \land 30-x \neq 0$

$\Leftrightarrow x = \frac{90}{8} \land x \neq 30 \Leftrightarrow x = 11{,}25$

A peça mais pequena tem de comprimento 11,25 cm.

**b)** $\frac{x}{30-x} < \frac{3}{5} \Leftrightarrow \frac{5x}{30-x} - \frac{3(30-x)}{30-x} < 0$

$\Leftrightarrow \frac{5x-90+3x}{30-x} < 0 \Leftrightarrow \frac{8x-90}{30-x} < 0$

**Determinação dos zeros:**

$8x - 90 = 0 \wedge 30 - x \neq 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x = \frac{45}{4} \wedge x \neq 30$

| $x$ | $-\infty$ | $\frac{45}{4}$ | | 30 | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $8x-90$ | - | 0 | + | + | + |
| $30-x$ | + | + | + | 0 | - |
| $\frac{8x-90}{30-x}$ | - | 0 | + | s.s. | - |

Então, $\frac{8x-90}{30-x} < 0 \Leftrightarrow x < \frac{45}{4} \vee x > 30$

Logo, $S = \left]-\infty, \frac{45}{4}\right[ \cup \left]30, +\infty\right[$

---

**1.** $\frac{x^2+4x+3}{x+3} = 0 \Leftrightarrow$ **Pág. 56**

$\Leftrightarrow x^2+4x+3 = 0 \wedge x+3 \neq 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow (x+1)(x+3) = 0 \wedge x+3 \neq 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow (x=-1 \vee x=-3) \wedge x \neq -3 \Leftrightarrow$

$S = \{-1\}$

**Resposta: (C)**

**2.** $\frac{1}{4} + \frac{1}{5} = \frac{1}{t}$

**Nota: Por lapso, nenhuma das alternativas de resposta está correcta.**

**3.** $\frac{x}{x^2-6x+5} = 0$

$D = \{x \in \mathbb{R} : x^2 - 6x + 5 \neq 0\}$

**Tem-se que:**

$x^2 - 6x + 5 = 0$

$\Leftrightarrow x = \frac{6 \pm \sqrt{36-20}}{2}$

$\Leftrightarrow x = 5 \vee x = 1$

**Logo,**

$D = \mathbb{R} \setminus \{1, 5\}$

**Resposta: (D)**

**4.** (A) $\frac{x}{x-3} = \frac{3}{3-x}$

$\Leftrightarrow \frac{x}{x-3} = -\frac{3}{x-3} \Leftrightarrow \frac{x+3}{x-3} \Leftrightarrow x - 3 \neq 0$

**Esta hipótese está excluída.**

(B) $\frac{x^3-8}{x^2-4} = 0$

$D = \{x \in \mathbb{R} : x^2 - 4 \neq 0\}$

$D = \mathbb{R} \setminus \{-2, 2\}$

**Determinação dos zeros do numerador:**

$x^3 - 8 = 0 \Leftrightarrow x = 2$

**Uma vez que $2 \notin D$, esta hipótese está excluída.**

(D) $\frac{2-x}{x} > 0$

$\Leftrightarrow (2-x > 0 \wedge x > 0) \vee (2-x < 0 \wedge x < 0)$

**Esta hipótese está excluída.**

(C) **Uma vez que $\forall x, x^2+1 > 0$, então,**

$\frac{x^3-1}{x^2+1} = 0 \Leftrightarrow x^3 - 1 = 0$

**Esta hipótese é verdadeira.**

**Resposta: (C)**

**5.** **Nota: Por lapso, existem três respostas correctas, quando apenas deveria existir uma.**

(A) $\frac{3}{x-4} > 0$

**Uma vez que $3 > 0$, então,**

$\frac{3}{x-4} > 0 \Leftrightarrow x - 4 > 0$

**Esta hipótese é verdadeira.**

(B) $\frac{-5}{x-8} \geq 0$

**Uma vez que -5<0, então,**

$\frac{-5}{x-8} \geq 0 \Leftrightarrow x - 8 < 0$

**Esta hipótese é falsa.**

(C) $\frac{x^2+1}{1-x} > 0$

**Uma vez que $\forall x, x^2+1 > 0$, então,**

$\frac{x^2+1}{1-x} > 0 \Leftrightarrow 1 - x > 0$

**Esta hipótese é verdadeira.**

(D) $\frac{x^3}{x^4+1} > 0$

**Uma vez que $\forall x, x^4+1 > 0$, então,**

$\frac{x^3}{x^4+1} > 0 \Leftrightarrow x^3 > 0 \Leftrightarrow x > 0$

**Esta hipótese é verdadeira.**

**6.** $\frac{x^2+3}{x^2}$

$D = \{x \in \mathbb{R} : x^2 \neq 0\}$

**Logo,**

$D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$

**Resposta: (B)**

**7.** (A) $(2x+1) = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{1}{2}$

**Esta hipótese está excluída.**

(C) $(x^2-4)(x+1) > 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow (x^2 - 4 > 0 \wedge x + 1 > 0) \vee (x^2 - 4 < 0 \wedge x + 1 < 0)$

**Esta hipótese está excluída.**

(D) $x^2 \times (x-1) \geq 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x^2 \geq 0 \wedge x - 1 \geq 0$

**Esta hipótese está excluída.**

(B) $(x^2+4)(x-1) = 0$

**Uma vez que $\forall x, x^2+4 > 0$, então,**

$(x^2+4)(x-1) = 0 \Leftrightarrow x - 1 = 0$

**Esta hipótese é verdadeira.**

**Resposta: (B)**

**8.1** $\frac{x}{x-3}$ **Pág. 57**

$D=\{x\in\mathbb{R}: x-3\neq 0\}$

$D=\{x\in\mathbb{R}: x\neq 3\}$

$D=\mathbb{R}\setminus\{3\}$

**8.2** $\frac{1}{x^2-9x}$

$D=\{x\in\mathbb{R}: x^2-9x\neq 0\}$

**Determinação dos zeros do denominador:**

$x^2-9x=0 \Leftrightarrow x(x-9)=0$

$\Leftrightarrow x=0 \vee x=9$

**Logo,**

$D=\mathbb{R}\setminus\{0,9\}$

**9.** $A(x)=\frac{x^2-25}{x^2+5x}$

$D=\{x\in\mathbb{R}: x^2+5x\neq 0\}$

**Determinação dos zeros do denominador:**

$x^2+5x=0 \Leftrightarrow x(x+5)=0$

$\Leftrightarrow x=0 \vee x=-5$

**Logo,**

$D_{A(x)}=\mathbb{R}\setminus\{-5,0\}$

$B(x)=\frac{x-5}{x}$

$D=\{x\in\mathbb{R}: x\neq 0\}$

**Logo,**

$D_{B(x)}=\mathbb{R}\setminus\{0\}$

**Então, uma vez que $D_{A(x)}\neq D_{B(x)}$, as expressões $A(x)$ e $B(x)$ não são equivalentes.**

**10.1** $\frac{4x^2-8}{32-8x^4}=\frac{4\times(x^2-2)}{8\times(4-x^4)}=$

$=\frac{-4\times(2-x^2)}{8\times(2-x^2)(2+x^2)}=\frac{-1}{2\times(2+x^2)}=\frac{-1}{4+2x^2}$

$D=\{x\in\mathbb{R}: 32-8x^4\neq 0\}$

**Determinação dos zeros do denominador:**

$32-8x^4=0 \Leftrightarrow x^4=4$

$\Leftrightarrow x=-\sqrt[4]{4} \vee x=\sqrt[4]{4} \Leftrightarrow x=-\sqrt{2} \vee x=\sqrt{2}$

**Logo,**

$D=\mathbb{R}\setminus\{-\sqrt{2},\sqrt{2}\}$

**10.2** $\frac{x^2-5x+6}{x^2-4}=$

$=\frac{(x-3)(x-2)}{(x-2)(x+2)}=$

$=\frac{x-3}{x+2}$

**Cálculo auxiliar:**

$x^2-5x+6=0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x=\frac{5\pm\sqrt{25-24}}{2} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x=3 \vee x=2$

$D=\{x\in\mathbb{R}: x^2-4\neq 0\}$

**Determinação dos zeros do denominador:**

$x^2-4=0 \Leftrightarrow x^2=4$

$\Leftrightarrow x=-2 \vee x=2$

**Logo,**

$D=\mathbb{R}\setminus\{-2,2\}$

**11.1** $\frac{2}{x}+\frac{3}{2x}-\frac{5}{x^2}=\frac{4x+3x-10}{2x^2}=\frac{7x-10}{2x^2}$

$D=\{x\in\mathbb{R}: 2x^2\neq 0\}$

$D=\mathbb{R}\setminus\{0\}$

**11.2** $\frac{(x+1)\times 5}{x^2-1}=\frac{(x+1)\times 5}{(x-1)(x+1)}=\frac{5}{(x-1)}$

$D=\{x\in\mathbb{R}: x^2-1\neq 0\}$

**Tem-se que:**

$x^2-1=0 \Leftrightarrow x=-1 \vee x=1$

$D=\mathbb{R}\setminus\{-1,1\}$

**11.3** $\frac{x^2-4x+3}{2x^2-x-10}:\frac{x-1}{x+2}=$

$=\frac{x^2-4x+3}{2x^2-x-10}\times\frac{x+2}{x-1}=$

$=\frac{(x-3)(x-1)(x+2)}{2\left(x-\frac{5}{2}\right)(x+2)(x-1)}=$

$=\frac{x-3}{2x-5}$

$D=\{x\in\mathbb{R}: 2x^2-x-10\neq 0 \wedge x-1\neq 0 \wedge x+2\neq 0\}$

**Tem-se que:**

- **zeros de $(2x^2-x-10)$ são $\frac{5}{2}$ e $-2$;**
- **zero de $(x-1)$ é 1;**
- **zero de $(x+2)$ é $-2$.**

$D=\mathbb{R}\setminus\left\{-2,1,\frac{5}{2}\right\}$

**12.1** $\frac{5}{x-1}=0$

**Uma vez que $5\neq 0$, então,**

$S=\{\ \}$**, equação impossível.**

**12.2** $\frac{1}{x}+\frac{1}{x+4}=\frac{5}{x^2+4x}$

$\Leftrightarrow \frac{(x+4)+x-5}{x^2+4x}=0 \Leftrightarrow \frac{2x-1}{x^2+4x}=0$

$\Leftrightarrow 2x-1=0 \wedge x^2+4x\neq 0$

$\Leftrightarrow x=\frac{1}{2} \wedge x(x+4)\neq 0$

$\Leftrightarrow x=\frac{1}{2} \wedge (x\neq 0 \wedge x\neq -4)$

**Logo,**

$S=\left\{\frac{1}{2}\right\}$ **e** $D=\mathbb{R}\setminus\{-4,0\}$

**13.1** $\frac{3}{2x+1}\leq 0$

**Uma vez que $3>0$, então,**

$\frac{3}{2x+1}\leq 0 \Leftrightarrow 2x+1<0 \Leftrightarrow x<-\frac{1}{2}$

$S=\left]-\infty,-\frac{1}{2}\right[$

**13.2** $\frac{1}{3x+1}\geq\frac{1}{4} \Leftrightarrow \frac{4-(3x+1)}{4\times(3x+1)}\geq 0$

$\Leftrightarrow \frac{3-3x}{12x+4}\geq 0$

**Determinação dos zeros:**

- $3 - 3x = 0 \Leftrightarrow x = 1$
- $12x + 4 = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{1}{3}$

| $x$ | $-\infty$ | $-\frac{1}{3}$ | | $1$ | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $3-3x$ | + | + | + | 0 | - |
| $12x+4$ | - | 0 | + | + | + |
| $\frac{3-3x}{12x+4}$ | **-** | s.s. | **+** | **0** | **-** |

Então, $\frac{3-3x}{12x+4} \geq 0 \Leftrightarrow -\frac{1}{3} < x \leq 1$

Logo, $S = \left]-\frac{1}{3}, 1\right]$

***Nota*:** **Por lapso, a solução apresentada no manual não está correcta.**

**14.** $240 = (y - 2 \times 2)(x - 2 \times 1{,}5)$

$\Leftrightarrow 240 = (y-4)(x-3)$

$\Leftrightarrow 240 = y \cdot x - 3y - 4x + 12$

$\Leftrightarrow y(x-3) = 228 + 4x$

$\Leftrightarrow y = \frac{228+4x}{x-3}$

Por sua vez, $A(x) = x \cdot y$

Substituindo $y$, vem:

$A(x) = x \cdot \frac{228+4x}{x-3} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow A(x) = x \cdot \frac{228x + 4x^2}{x-3}$ c.q.d

**15.** Área do círculo de diâmetro $\overline{AB}$:

$\pi \left(\frac{40}{2}\right)^2 = 400\pi$

Área do círculo de diâmetro $\overline{AC}$:

$\pi \left(\frac{40-x}{2}\right)^2 = \frac{1600 - 80x + x^2}{4}\pi$

Área do círculo de diâmetro $\overline{BC}$:

$\pi \left(\frac{x}{2}\right)^2 = \frac{x^2}{4}\pi$

Então, a área da zona relvada ($A$) obtém-se do seguinte modo:

$A = 400\pi - \frac{1600 - 80x + x^2}{4}\pi - \frac{x^2}{4}\pi$

$\Leftrightarrow A = 400\pi - 400\pi + 20\pi \cdot x - \frac{2x^2}{4}\pi$

$\Leftrightarrow A = 20\pi \cdot x - \frac{x^2}{2}\pi$

$\Leftrightarrow A = \frac{\pi}{2}\left(-x^2 + 40x\right)$ c.q.d.

**1.1 a)** $x^2 = 9 \Leftrightarrow x = \sqrt{9} \vee x = -\sqrt{9}$ **Pág. 59**

$\Leftrightarrow x = 3 \vee x = -3$

$S = \{-3, 3\}$

**b)** $x^2 = 100 \Leftrightarrow x = \sqrt{100} \vee x = -\sqrt{100} \Leftrightarrow x = 10 \vee x = -10$

$S = \{-10, 10\}$

**c)** $x^4 = 10000 \Leftrightarrow x = \sqrt[4]{10000} \vee x = \sqrt[4]{10000}$

$\Leftrightarrow x = 10 \vee x = -10$

$S = \{-10, 10\}$

**d)** $x^6 = -16 \Leftrightarrow x = \sqrt[6]{-16}$

$x = \sqrt[6]{-16}$ não é um número real.

Uma vez que $\forall x \in \mathbb{R}, x^6 \geq 0$, a equação é impossível.

$S = \{\ \}$

**e)** $x^3 = 27 \Leftrightarrow x = \sqrt[3]{27} \Leftrightarrow x = 3$

$S = \{3\}$

**f)** $x^7 = -1 \Leftrightarrow x = \sqrt[7]{-1} \Leftrightarrow x = -1$

$S = \{-1\}$

**g)** $x^5 = -32 \Leftrightarrow x = \sqrt[5]{-32} \Leftrightarrow x = -2$

$S = \{-2\}$

**h)** $x^8 = 0 \Leftrightarrow x = 0$

$S = \{0\}$

**i)** $x^3 = -\frac{1}{64} \Leftrightarrow x = \sqrt[3]{-\frac{1}{64}} \Leftrightarrow x = -\frac{1}{4}$

$S = \left\{-\frac{1}{4}\right\}$

**1.2** 4,8(1 c.d.)

**1.3** $A = \pi r^2 \Leftrightarrow 19{,}635 = \pi r^2 \Leftrightarrow r^2 = \frac{19{,}635}{\pi} \Leftrightarrow r = \sqrt{\frac{19{,}635}{\pi}}$

$P = 2\pi r \Leftrightarrow P = 2\pi\sqrt{\frac{19{,}635}{\pi}} \Leftrightarrow P = \sqrt{\frac{(2\pi)^2 \times 19{,}635}{\pi}}$

$\Leftrightarrow P = \sqrt{4\pi \times 19{,}635} \Leftrightarrow P = 15{,}7$

O perimetro do círculo, com aproximação às décimas do centímetro, é 15,7 cm.

---

**2.1 a)** $\sqrt[3]{25} = \sqrt[3]{5^2} = 5^{\frac{2}{3}}$ **Pág. 60**

**b)** $\sqrt[5]{a^2} = a^{\frac{2}{5}}$

**2.2 a)** $3^{\frac{1}{2}} = \sqrt{3}$

**b)** $5^{\frac{1}{5}} = \sqrt[5]{5}$

**c)** $a^{\frac{5}{9}} = \sqrt[9]{a^5}$

**2.3 a)** 1.º membro $= \sqrt{5} \times \sqrt{6} = 5^{\frac{1}{2}} \times 6^{\frac{1}{2}} = (5 \times 6)^{\frac{1}{2}} = 30^{\frac{1}{2}} = \sqrt{30}$

$=$ 2.º membro

**b)** 1.º membro $= \sqrt[3]{20} : \sqrt[3]{2} = \sqrt[3]{10} = 20^{\frac{1}{3}} : 2^{\frac{1}{3}} = (20:2)^{\frac{1}{3}} = 10^{\frac{1}{3}} =$

$= \sqrt[3]{10} =$ 2.º membro

**c)** 1.º membro $= \sqrt[3]{\sqrt{5}} = \left(\sqrt{5}\right)^{\frac{1}{3}} = \left(5^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{3}} = 5^{\frac{1}{6}} = \sqrt[6]{5}$

$=$ 2.º membro

**2.4 a)** $\sqrt[3]{2} + \sqrt{3} = 3{,}0$ (1 c. d.)

**b)** $\sqrt[5]{5} + 2\sqrt[4]{3} = 4{,}0$ (1 c. d.)

**2.5 a)** $\sqrt{2} \times \sqrt{2} \times 2\sqrt{2} = \sqrt{2 \times 2} \times 2\sqrt{2} = 2 \times 2\sqrt{2} = 4\sqrt{2}$

**b)** $\sqrt[3]{12} : \sqrt[3]{6} \times \sqrt[3]{2^2} = \sqrt[3]{12:6} \times \sqrt[3]{2^2} = \sqrt[3]{2 \times 2^2} = \sqrt[3]{2^3} = 2$

**c)** $3\sqrt{2} + 2\sqrt{2} - \sqrt{2} = 5\sqrt{2} - \sqrt{2} = 4\sqrt{2}$

**d)** $\sqrt[3]{5} + 3\sqrt[3]{5} - 2\sqrt[3]{5} = 4\sqrt[3]{5} - 2\sqrt[3]{5} = 2\sqrt[3]{5}$

**e)** $\left(\sqrt[3]{2}\right)^2 - 3\sqrt[3]{4} = \sqrt[3]{2^2} - 3\sqrt[3]{4} = \sqrt[3]{4} - 3\sqrt[3]{4} = -2\sqrt[3]{4}$

**f)** $\left(2 - \sqrt{3}\right)\left(2 + \sqrt{3}\right) = 4 + 2\sqrt{3} - 2\sqrt{3} - \sqrt{3} \times \sqrt{3} = 4 - 3 = 1$

---

**3.1 a)** $\sqrt{2} + \sqrt{8} + \sqrt{18} = \sqrt{2} + \sqrt{4 \times 2} + \sqrt{9 \times 2}$ **Pág. 62**

$= \sqrt{2} + 2\sqrt{2} + 3\sqrt{2} = 6\sqrt{2}$

**b)** $\sqrt{20} + \sqrt{125} = \sqrt{4 \times 5} + \sqrt{25 \times 5}$

$= 2\sqrt{5} + 5\sqrt{5} = 7\sqrt{5}$

**c)** $\sqrt{24} + \sqrt{54} - \sqrt{150} = \sqrt{4 \times 6} + \sqrt{9 \times 6} - \sqrt{25 \times 6}$

$= 2\sqrt{6} + 3\sqrt{6} - 5\sqrt{6} = 0$

**d)** $\sqrt{75} + 12\sqrt{48} - \sqrt{108} = \sqrt{25 \times 3} + 12\sqrt{16 \times 3} - \sqrt{36 \times 3}$

$= 5\sqrt{3} + 48\sqrt{3} - 6\sqrt{3} = 47\sqrt{3}$

**e)** $4\sqrt{147} + 3\sqrt{\frac{4}{3}} - 2\sqrt{192} = 4\sqrt{49 \times 3} + \sqrt{\frac{3^2 \times 4}{3}} - 2\sqrt{64 \times 3}$

$= 28\sqrt{3} + 2\sqrt{3} - 16\sqrt{3} = 14\sqrt{3}$

**f)** $\sqrt[3]{-16} - \sqrt[3]{-81} + \sqrt[3]{\frac{2}{27}} = \sqrt[3]{-8 \times 2} - \sqrt[3]{-27 \times 3} + \sqrt[3]{\frac{2}{3^3}}$

$= -2\sqrt[3]{2} - \left(-3\sqrt[3]{3}\right) + \frac{1}{3}\sqrt[3]{2} = -\frac{5}{3}\sqrt[3]{2} + 3\sqrt[3]{3}$

**3.2 a)** $\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2^2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

**b)** $\frac{3}{2\sqrt{5}} = \frac{3 \times \sqrt{5}}{2\sqrt{5} \times \sqrt{5}} = \frac{3\sqrt{5}}{2\sqrt{5^2}} = \frac{3\sqrt{5}}{10}$

**c)** $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{2}\sqrt{3}}{\sqrt{3}\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{2 \times 3}}{\sqrt{3^2}} = \frac{\sqrt{6}}{3}$

**d)** $\frac{1}{\sqrt{2} - 1} = \frac{\sqrt{2} + 1}{\left(\sqrt{2} - 1\right)\left(\sqrt{2} + 1\right)} = \frac{\sqrt{2} + 1}{2 + \sqrt{2} - \sqrt{2} - 1} = \sqrt{2} + 1$

**e)** $\frac{1}{\sqrt{2} + 1} = \frac{\sqrt{2} - 1}{\left(\sqrt{2} + 1\right)\left(\sqrt{2} - 1\right)} = \frac{\sqrt{2} - 1}{2 - \sqrt{2} + \sqrt{2} - 1} = \sqrt{2} - 1$

**f)** $\frac{1}{3\sqrt{2} - \sqrt{3}} = \frac{3\sqrt{2} + \sqrt{3}}{\left(3\sqrt{2} - \sqrt{3}\right)\left(3\sqrt{2} + \sqrt{3}\right)}$

$= \frac{3\sqrt{2} + \sqrt{3}}{18 + 3\sqrt{2}\sqrt{3} - 3\sqrt{2}\sqrt{3} - 3} = \frac{3\sqrt{2} + \sqrt{3}}{15} = \frac{\sqrt{2}}{5} + \frac{\sqrt{3}}{15}$

**3.3 a)** $\sqrt{2} : \sqrt{5} = \dfrac{\sqrt{2} \times \sqrt{5}}{\sqrt{5} \times \sqrt{5}} = \dfrac{\sqrt{10}}{5}$

**b)** $\sqrt{3} : \left(2\sqrt{2}\right) \Leftrightarrow = \dfrac{\sqrt{3} \times \sqrt{2}}{2\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \dfrac{\sqrt{6}}{2 \times 2} = \dfrac{\sqrt{6}}{4}$

---

**4.1** $\sqrt{(x+1)^2}$ **Pág. 63**

$D = \left\{x \in \mathbb{R} : (x+1)^2 \geq 0\right\}$

$\forall x, (x+1)^2 \geq 0$

$D = \mathbb{R}$

**4.2** $\sqrt{x+1}$

$D = \{x \in \mathbb{R} : x+1 \geq 0\}$

$D = \{x \in \mathbb{R} : x \geq -1\}$

$D = [-1, +\infty[$

**4.3** $\sqrt[4]{-x^2+1}$

$D = \left\{x \in \mathbb{R} : -x^2+1 \geq 0\right\}$

$-x^2+1 = 0 \Leftrightarrow 1 - x^2 = 0$

$\Leftrightarrow (1-x)(1+x) = 0 \Leftrightarrow x = 1 \vee x = -1$

| $x$ | $-\infty$ | $-1$ | | $1$ | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $1-x$ | + | + | + | 0 | - |
| $1+x$ | - | 0 | + | + | + |
| $(1-x)(1+x)$ | - | **0** | **+** | **0** | - |

$D = [-1, 1]$

**4.4** $\sqrt[3]{\dfrac{1}{x^3}}$

$D = \left\{x \in \mathbb{R} : x^3 > 0\right\}$

$D = \{x \in \mathbb{R} : x > 0\}$

$D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$

**4.5** $\sqrt[4]{\dfrac{x-1}{x+2}}$

$D = \left\{x \in \mathbb{R} : \dfrac{x-1}{x+2} \geq 0\right\}$

| $x$ | $-\infty$ | $-2$ | | $1$ | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $x-1$ | - | - | - | 0 | + |
| $x+2$ | - | 0 | + | + | + |
| $\dfrac{x-1}{x+2}$ | **+** | s.s. | - | **0** | **+** |

$D = ]-\infty, -2[ \cup [1, +\infty[$

---

**5.** $\sqrt{x-1} = 13 - x \Rightarrow \left(\sqrt{x-1}\right)^2 = (13-x)^2$ **Pág. 64**

$\Leftrightarrow x - 1 = 169 - 26x + x^2$

$\Leftrightarrow x^2 - 27x + 170 = 0$

$\Leftrightarrow x = \dfrac{27 \pm \sqrt{729 - 680}}{2}$

$\Leftrightarrow x = 17 \vee x = 10$

**Verificação**

**Se $x = 17$, vem:**

$\sqrt{17-1} = 13 - 17 \Leftrightarrow \sqrt{16} = -4$, **o que é falso.**

**Se $x = 10$, vem:**

$\sqrt{10-1} = 13 - 10 \Leftrightarrow \sqrt{9} = 3$, **o que é verdadeiro.**

**Logo,**

$S = \{10\}$

---

**6.** $x + \sqrt{x+1} = 1$ **Pág. 65**

$\Leftrightarrow \sqrt{x+1} = 1 - x \Rightarrow \left(\sqrt{x+1}\right)^2 = (1-x)^2$

$\Leftrightarrow x + 1 = 1 - 2x + x^2$

$\Leftrightarrow x^2 - 3x = 0 \Leftrightarrow x(x-3) = 0$

$\Leftrightarrow x = 0 \vee x = 3$

**Verificação**

**Se $x = 0$, vem:**

$0 + \sqrt{0+1} = 1 \Leftrightarrow \sqrt{1} = 1$, **o que é verdadeiro.**

**Se $x = 10$, vem:**

$3 + \sqrt{3+1} = 1 \Leftrightarrow 3 + \sqrt{4} = 1$, **o que é falso.**

**Logo,**

$S = \{0\}$

**7.1** $(3x+4)^{\frac{1}{2}} \geq 2$

**Começa-se por resolver a equação:**

$(3x+4)^{\frac{1}{2}} = 2 \Rightarrow \left[(3x+4)^{\frac{1}{2}}\right]^2 = 2^2$

$\Leftrightarrow 3x + 4 = 4 \Leftrightarrow x = 0$

**Verificação**

**Para $x = 0$, vem:**

$(3 \times 0 + 4)^{\frac{1}{2}} = 2 \Leftrightarrow 4^{\frac{1}{2}} = 2$, **o que é verdadeiro.**

| $x$ | $-\infty$ | $-\dfrac{4}{3}$ | | $0$ | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $(3x+4)^{\frac{1}{2}} - 2$ | s.s. | 0 | - | **0** | **+** |

$S = [0, +\infty[$

**7.2** $(15-2x)^{\frac{1}{2}} - x > 0$

**Começa-se por resolver a equação:**

$(15-2x)^{\frac{1}{2}} - x = 0 \Rightarrow \left[(15-2x)^{\frac{1}{2}}\right]^2 = x^2$

$\Leftrightarrow 15 - 2x = x^2 \Leftrightarrow x^2 + 2x - 15 = 0$

$\Leftrightarrow x = \dfrac{-2 \pm \sqrt{4+60}}{2} \Leftrightarrow x = \dfrac{-2 \pm \sqrt{64}}{2}$

$\Leftrightarrow x = 3 \vee x = -5$

**Verificação**

**Se $x = 3$, vem:**

$(15 - 2 \times 3)^{\frac{1}{2}} - 3 = 0 \Leftrightarrow 9^{\frac{1}{2}} - 3 = 0$, **o que é verdadeiro.**

**Se $x = -5$, vem:**

$\left[15 - 2 \times (-5)\right]^{\frac{1}{2}} - (-5) = 0 \Leftrightarrow 25^{\frac{1}{2}} + 5 = 0$, **o que é falso.**

| $x$ | $-\infty$ | $3$ | | $\dfrac{15}{2}$ | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $(15-2x)^{\frac{1}{2}} - x$ | + | 0 | - | 0 | s.s. |

$S = ]-\infty, 3[$

---

**8.1** $\sqrt{2x-1} - 1 = 0 \Leftrightarrow \sqrt{2x-1} = 1$ **Pág. 66**

$\Rightarrow \left(\sqrt{2x-1}\right)^2 = 1^2$

$\Leftrightarrow 2x - 1 = 1 \Leftrightarrow x = 1$

**Verificação**

Para $x = 1$, vem:

$\sqrt{2 \times 1 - 1} - 1 = 0$, o que é verdadeiro.

$S = \{1\}$

**8.2** $\sqrt{3x+5} = -2 \Rightarrow \left(\sqrt{3x+5}\right)^2 = (-2)^2$

$\Leftrightarrow 3x + 5 = 4 \Leftrightarrow x = -\frac{1}{3}$

**Verificação**

Para $x = -\frac{1}{3}$, vem:

$\sqrt{3 \times \left(-\frac{1}{3}\right) + 5} = -2 \Leftrightarrow \sqrt{4} = -2$, o que é falso.

$S = \{\ \}$

**8.3** $\sqrt[3]{1-2x} = 3 \Rightarrow \left(\sqrt[3]{1-2x}\right)^3 = 3^3$

$\Leftrightarrow 1 - 2x = 27 \Leftrightarrow x = -13$

**Verificação**

Para $x = -13$, vem:

$\sqrt[3]{1 - 2 \times (-13)} = 3 \Leftrightarrow \sqrt[3]{27} = 3$, o que é verdadeiro.

$S = \{-13\}$

**8.4** $\sqrt{12 - x} - x = 0 \Leftrightarrow \sqrt{12-x} = x$

$\Rightarrow \left(\sqrt{12-x}\right)^2 = x^2$

$\Leftrightarrow 12 - x = x^2 \Leftrightarrow x^2 + x - 12 = 0$

$\Leftrightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{1+48}}{2} \Leftrightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{49}}{2}$

$\Leftrightarrow x = 3 \vee x = -4$

**Verificação**

Se $x = 3$, vem:

$\sqrt{12 - 3} - 3 = 0 \Leftrightarrow \sqrt{9} - 3 = 0$, o que é verdadeiro.

Se $x = -4$, vem:

$\sqrt{12 - (-4)} - (-4) = 0 \Leftrightarrow \sqrt{16} + 4 = 0$, o que é falso.

$S = \{3\}$

**8.5** $\sqrt{3x+1} = 3 - x \Rightarrow \left(\sqrt{3x+1}\right)^2 = (3-x)^2$

$\Leftrightarrow 3x + 1 = 9 - 6x + x^2 \Leftrightarrow x^2 - 9x + 8 = 0$

$\Leftrightarrow x = \frac{9 \pm \sqrt{81 - 32}}{2} \Leftrightarrow x = \frac{9 \pm \sqrt{49}}{2}$

$\Leftrightarrow x = 8 \vee x = 1$

**Verificação**

Se $x = 8$, vem:

$\sqrt{3 \times 8 + 1} = 3 - 8 \Leftrightarrow \sqrt{25} = -5$, o que é falso.

Se $x = 1$, vem:

$\sqrt{3 \times 1 + 1} = 3 - 1 \Leftrightarrow \sqrt{4} = 2$, o que é verdadeiro.

$S = \{1\}$

**8.6** $\sqrt{3 - 2\sqrt{x}} - \sqrt{x} = 0$

$\Leftrightarrow \sqrt{3 - 2\sqrt{x}} = \sqrt{x}$

$\Rightarrow \left(\sqrt{3 - 2\sqrt{x}}\right)^2 = \left(\sqrt{x}\right)^2$

$\Leftrightarrow 3 - 2\sqrt{x} = x \Leftrightarrow 3 - x = 2\sqrt{x}$

$\Rightarrow (3 - x)^2 = \left(2\sqrt{x}\right)^2$

$\Leftrightarrow 9 - 6x + x^2 = 4x \Leftrightarrow x^2 - 10x + 9 = 0$

$\Leftrightarrow x = \frac{10 \pm \sqrt{100 - 36}}{2}$

$\Leftrightarrow x = \frac{10 \pm \sqrt{64}}{2} \Leftrightarrow x = 9 \vee x = 1$

**Verificação**

Se $x = 9$, vem:

$\sqrt{3 - 2\sqrt{9}} - \sqrt{9} = 0 \Leftrightarrow \sqrt{-3} - \sqrt{9} = 0$, o que é falso.

Se $x = 1$, vem:

$\sqrt{3 - 2\sqrt{1}} - \sqrt{1} = 0 \Leftrightarrow \sqrt{1} - \sqrt{1} = 0$, o que é verdadeiro.

$S = \{1\}$

**8.7** $\sqrt{3x+1} - \sqrt{x-1} = 0 \Leftrightarrow \sqrt{3x+1} = \sqrt{x-1}$

$\Rightarrow \left(\sqrt{3x+1}\right)^2 = \left(\sqrt{x-1}\right)^2$

$\Leftrightarrow 3x + 1 = x - 1 \Leftrightarrow 2x = -2 \Leftrightarrow x = -1$

**Verificação**

Para $x = -1$, vem:

$\sqrt{3 \times (-1) + 1} = \sqrt{-1-1} \Leftrightarrow \sqrt{-2} = \sqrt{-2}$, impossível.

$S = \{\ \}$

**8.8** $\frac{x}{2} = (x - 1)^{\frac{1}{2}} \Rightarrow \left(\frac{x}{2}\right)^2 = \left[(x-1)^{\frac{1}{2}}\right]^2$

$\Leftrightarrow \frac{x^2}{4} = x - 1 \Leftrightarrow x^2 - 4x + 4 = 0$

$\Leftrightarrow x = \frac{4 \pm \sqrt{16 - 16}}{2} \Leftrightarrow x = 2$

**Verificação**

Para $x = 2$, vem:

$\frac{2}{2} = \sqrt{2 - 1}$, o que é verdadeiro.

$S = \{2\}$

**8.9** $(2x + 3)^{\frac{1}{2}} = 1 + (x + 1)^{\frac{1}{2}}$

$\Rightarrow \left[(2x+3)^{\frac{1}{2}}\right]^2 = \left[1 + (x+1)^{\frac{1}{2}}\right]^2$

$\Leftrightarrow 2x + 3 = 1 + 2 \times (x+1)^{\frac{1}{2}} + (x + 1)$

$\Leftrightarrow x + 1 = 2 \times (x+1)^{\frac{1}{2}}$

$\Rightarrow (x+1)^2 = \left[2\,(x+1)^{\frac{1}{2}}\right]^2$

$\Leftrightarrow x^2 + 2x + 1 = 4\,(x + 1)$

$\Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 = 0$

$\Leftrightarrow x = \frac{2 \pm \sqrt{4 + 12}}{2} \Leftrightarrow x = \frac{2 \pm \sqrt{16}}{2}$

$\Leftrightarrow x = 3 \vee x = -1$

**Verificação**

Se $x = 3$, vem:

$(2 \times 3 + 3)^{\frac{1}{2}} = 1 + (3 + 1)^{\frac{1}{2}}$, o que é verdadeiro.

Se $x = -1$, vem:

$\left[2.(-1) + 3\right]^{\frac{1}{2}} = 1 + (-1 + 1)^{\frac{1}{2}}$, o que é verdadeiro.

$S = \{-1, 3\}$

---

**9.1** Seja $r$ o raio de uma esfera. **Pág. 67**

Volume das três esferas: $3 \times \frac{4}{3}\pi r^3$

Volume da caixa = área da base $\times$ altura

$= \pi r^2 \times 6r$

$= 6\pi r^3$

Volume da caixa não ocupado: $6\pi r^3 - 4\pi r^3 = 2\pi r^3$

Metade do volume das três esferas: $4\pi r^3 : 2 = 2\pi r^3$

Assim, o volume da caixa que não é ocupado pelas esferas é igual a metade do volume das três esferas.

**9.2** $6\pi r^3 = 1205{,}76$

$\Leftrightarrow r = \sqrt[3]{\dfrac{1205{,}76}{6\pi}} \Leftrightarrow r \approx 4$

O raio da esfera é, aproximadamente, 4 cm.

---

**1.** $A_{\text{rectângulo}} = A_{\text{quadrado}} = 27$. **Pág. 68**

Se $x$ designa a medida do comprimento do lado do quadrado, $x > 0$ e temos que:

$x^2 = 27 \iff x = \sqrt{27} \iff x = \sqrt{3^2 \times 3} \iff x = \sqrt{3^2} \times \sqrt{3}$

$\iff x = 3 \times \sqrt{3} \iff x = 3\sqrt{3}$

Resposta: **(B)**.

**2.** $\overline{AG}^2 = 8^2 + 3^2 + 4^2 \iff \overline{AG}^2 = 64 + 9 + 16 \iff \overline{AG}^2 = 89$;

$\overline{AG} = \sqrt{89}$

Resposta: **(A)**.

**3.**
- Área total do cubo: $54\ \text{cm}^2$ $(79 - 25)$;
- Área de uma das faces: $9\ \text{cm}^2$ $(54 : 6)$;
- Medida da aresta do cubo: $3$ cm $\left(\sqrt{9}\right)$.

Resposta: **(B)**.

**4.**
- Área da superfície total da caixa cúbica: $72\ \text{cm}^2$;
- Área da superfície de uma das faces da caixa cúbica: $12\ \text{cm}^2$ $(72 : 6)$;
- Comprimento da fita: $12 \times \sqrt{12} = 12 \times \sqrt{2^2 \times 3} = 12 \times \sqrt{2^2} \times \sqrt{3}$ $= 12 \times 2 \times \sqrt{3} = 24\sqrt{3}$

Resposta: **(D)**.

**5.** $\dfrac{1 + \sqrt{5}}{2} = 1{,}618\,03$ (5 c. d.)

Resposta: **(C)**.

**6.** $A_{[ABCD]} = 2 \times A_{[BECF]}$

$\sqrt{3} = 2 \times A_{[BECF]}$

$A_{[BECF]} = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$

Resposta: **(C)**.

**7.** $$\frac{3\sqrt{5} - \sqrt{3}}{2\sqrt{5} - 3\sqrt{3}} = \frac{\left(3\sqrt{5} - \sqrt{3}\right)\left(2\sqrt{5} + 3\sqrt{3}\right)}{\left(2\sqrt{5} - 3\sqrt{3}\right)\left(2\sqrt{5} + 3\sqrt{3}\right)} =$$

$$= \frac{3\sqrt{5} \times 2\sqrt{5} + 3\sqrt{5} \times 3\sqrt{3} - \sqrt{3} \times 2\sqrt{5} - \sqrt{3} \times 3\sqrt{3}}{\left(2\sqrt{5}\right)^2 - \left(3\sqrt{3}\right)^2} =$$

$$= \frac{6\sqrt{5 \times 5} + 9\sqrt{5 \times 3} - 2\sqrt{5 \times 3} - 3\sqrt{3 \times 3}}{20 - 27} =$$

$$= \frac{6 \times 5 + 9\sqrt{15} - 2\sqrt{15} - 3 \times 3}{-7} = \frac{30 + 7\sqrt{15} - 9}{-7} =$$

$$= \frac{21 + 7\sqrt{15}}{-7} = -\frac{21}{7} - \frac{7\sqrt{15}}{7} = -3 - \sqrt{15}$$

Resposta: **(B)**.

---

**8.1** Perímetro da base $(P)$: $2\pi r$ **Pág. 69**

Geratriz $(g)$:

$g^2 = r^2 + h^2 \Leftrightarrow g^2 = r^2 + 14^2 \Leftrightarrow g = \sqrt{r^2 + 14^2}$

Então, vem: $A = \dfrac{P}{2} \times g$

$= \dfrac{2\pi r}{2} \times \left(\sqrt{r^2 + 14^2}\right)$

$= \pi r \sqrt{r^2 + 14^2}$ c.q.d.

**8.2** Partindo da expressão, $A = \pi r \sqrt{r^2 + 14^2}$ vem:

$282{,}7 = \pi r \sqrt{r^2 + 14^2} \Leftrightarrow r\sqrt{r^2 + 14^2} = \dfrac{282{,}7}{\pi}$

$\Rightarrow \left(r\sqrt{r^2 + 14^2}\right)^2 = \left(\dfrac{282{,}7}{\pi}\right)^2$

$\Leftrightarrow r^2\left(r^2 + 14^2\right) = \left(\dfrac{282{,}7}{\pi}\right)^2$

$\Leftrightarrow r^4 + 196r^2 - \left(\dfrac{282{,}7}{\pi}\right)^2 = 0$

Fazendo $r^2 = t$, a equação transforma-se em:

$\Leftrightarrow t^2 + 196t - \left(\dfrac{282{,}7}{\pi}\right)^2 = 0$

$\Leftrightarrow t = \dfrac{-196 \pm \sqrt{196^2 + 4 \times \left(\dfrac{282{,}7}{\pi}\right)^2}}{2}$

$\Leftrightarrow t \approx 35{,}04704829 \vee t \approx -231{,}0470483$

Excluindo $t \approx -231{,}0470483$, tem-se que:

$r^2 \approx 35{,}04704829 \Leftrightarrow r \approx \sqrt{35{,}04704829}$

$\Leftrightarrow r \approx 5{,}9$ (1 c. d.)

O raio do cone mede, aproximadamente, 5,9 cm.

**9.** Por um lado, sabe-se que:

$\text{Área da base} \times \text{Comprimento} = \text{Volume}$

$\dfrac{x \cdot y}{2} \times 20 = 60$

$\Leftrightarrow x \cdot y = 6 \qquad (1)$

Por outro lado, sabe-se que:

$x^2 + \left(\dfrac{y}{2}\right)^2 = 5^2 \Leftrightarrow x^2 + \dfrac{y^2}{4} = 25$

$\Leftrightarrow 4x^2 + y^2 = 100 \Leftrightarrow y^2 = 100 - 4x^2$

$\Leftrightarrow y = \sqrt{100 - 4x^2} \Leftrightarrow y = 2\sqrt{25 - x^2} \qquad (2)$

Substituindo $y$ em (1), vem:

$x \cdot \left(2\sqrt{25 - x^2}\right) = 6 \Leftrightarrow x \cdot \left(\sqrt{25 - x^2}\right) = 3$

$\Rightarrow \left[x \cdot \left(\sqrt{25 - x^2}\right)\right]^2 = 3^2 \Leftrightarrow x^2\left(25 - x^2\right) = 9$

$\Leftrightarrow x^4 - 25x^2 + 9 = 0$

Fazendo $x^2 = t$, a equação transforma-se em:

$\Leftrightarrow t^2 - 25t + 9 = 0$

$\Leftrightarrow t = \dfrac{25 \pm \sqrt{625 - 36}}{2}$

$\Leftrightarrow t \approx 24{,}6346611 \vee t \approx 0{,}3653389005$

Então,

$x^2 \approx 24{,}6346611 \vee x^2 \approx 0{,}3653389005$

$\Leftrightarrow x \approx \sqrt{24{,}6346611} \vee x \approx \sqrt{0{,}3653389005}$

$\Leftrightarrow x \approx 4{,}963331653 \vee x \approx 0{,}604432701$

Substituindo na equação (1), vem:

Para $x \approx 4{,}963331653$

$4{,}963331653 \cdot y = 6 \Leftrightarrow y \approx 1{,}209$

Para $x \approx 0{,}604432701$

$0{,}604432701 \cdot y = 6 \Leftrightarrow y \approx 9{,}927$

*Solução*:

$\begin{cases} x = 0{,}604\text{dm} \\ y = 9{,}927\text{dm} \end{cases}$ ou $\begin{cases} x = 4{,}963\text{dm} \\ y = 1{,}209\text{dm} \end{cases}$

**10.** Por um lado, sabe-se que:

$\text{Área do canto} = 20$

$\frac{x \times y}{2} = 20$

$\Leftrightarrow x \times y = 40 \qquad (1)$

Por outro lado, sabe-se que:

$x^2 + y^2 = 10^2 \Leftrightarrow y^2 = 100 - x^2$

$\Leftrightarrow y = \sqrt{100 - x^2} \Leftrightarrow y = \sqrt{100 - x^2} \quad (2)$

Substituindo $y$ em (1), vem:

$x \times \left(\sqrt{100 - x^2}\right) = 40$

$\Rightarrow \left[x \times \left(\sqrt{100 - x^2}\right)\right]^2 = 40^2 \Leftrightarrow x^2 \times \left(100 - x^2\right) = 1600$

$\Leftrightarrow x^4 - 100x^2 + 1600 = 0$

Fazendo $x^2 = t$, a equação transforma-se em:

$\Leftrightarrow t^2 - 100t + 1600 = 0$

$\Leftrightarrow t = \frac{100 \pm \sqrt{10000 - 6400}}{2}$

$\Leftrightarrow t = 80 \vee t = 20$

Então,

$x^2 = 80 \vee x^2 = 20$

$\Leftrightarrow x = \sqrt{80} \vee x = \sqrt{20}$

$\Leftrightarrow x \approx 8{,}94427191 \vee x \approx 4{,}472135955$

Substituindo na equação (1), vem:

Para $x \approx 8{,}94427191$

$8{,}94427191 \times y = 40 \Leftrightarrow y \approx 4{,}472135955$

Para $x \approx 4{,}472135955$

$4{,}472135955 \times y = 40 \Leftrightarrow y \approx 8{,}94427191$

Uma vez que a figura sugere que $x > y$, tem-se como solução $x = \sqrt{80} = 8{,}94$m e $y = \sqrt{20} = 4{,}47$m.

**11.1** Para $e = 20$, vem:

$T = 2\pi\sqrt{\frac{20}{980}} \Leftrightarrow T = 0{,}897597901$

Aproximadamente 0,9 segundos (1 c. d.).

**11.2** Para $T = 1{,}2$ segundos, vem:

$1{,}2 = 2\pi\sqrt{\frac{e}{980}} \Leftrightarrow \frac{1{,}2}{2\pi} = \sqrt{\frac{e}{980}}$

$\Rightarrow \left(\frac{1{,}2}{2\pi}\right)^2 = \left(\sqrt{\frac{e}{980}}\right)^2 \Leftrightarrow \left(\frac{1{,}2}{2\pi}\right)^2 = \frac{e}{980}$

$\Leftrightarrow e = 980\left(\frac{1{,}2}{2\pi}\right)^2 \Leftrightarrow e = 35{,}74611359$

Aproximadamente 35,75 cm (2 c. d.).

**11.3** Partindo da expressão dada, vamos obter uma do tipo $e = f(T)$.

$T = 2\pi\sqrt{\frac{e}{980}} \Leftrightarrow \frac{T}{2\pi} = \sqrt{\frac{e}{980}}$

$\Rightarrow \left(\frac{T}{2\pi}\right)^2 = \left(\sqrt{\frac{e}{980}}\right)^2 \Leftrightarrow \left(\frac{T}{2\pi}\right)^2 = \frac{e}{980}$

$\Leftrightarrow e = 980\left(\frac{T}{2\pi}\right)^2$

Então, para $T' = 3T$, vem:

$e' = 980\left(\frac{3T}{2\pi}\right)^2 \Leftrightarrow e' = 980 \times 9\left(\frac{T}{2\pi}\right)^2$

$\Leftrightarrow e' = 9e \Leftrightarrow \boxed{e = \frac{1}{9}e'}$

O comprimento do pêndulo de menor período é $\frac{1}{9}$ do comprimento do pêndulo de maior período.

**1.1** $x$ = número de pessoas; $y$ = número de barcos **Pág. 70**

$$\begin{cases} y - 8x = 5 \\ y - 7x = 11 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 8x + 5 \\ y = 7x + 11 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = 8x + 5 \\ 8x + 5 = 7x + 11 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 8 \times 6 + 5 \\ x = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 53 \\ x = 6 \end{cases}$$

Foram transportadas nos barcos 53 pessoas.

**1.2 a)**
$$\begin{cases} x + 5y = 2x + y \\ y + 5 = x + 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -x = -4y \\ y - x = -3 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 4y \\ y - 4y = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \times 1 \\ y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = 16 \end{cases}$$

Solução: $x = 4$ e $y = 16$.

**b)**
$$\begin{cases} x = 2y - 3 \\ x = 5y - 3x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2y - 3 \\ 4x = 5y \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 2y - 3 \\ 4 \times (2y - 3) = 5y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2y - 3 \\ 8y - 12 = 5y \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 2y - 3 \\ 3y = 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \times 4 - 3 \\ y = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 \\ y = 4 \end{cases}$$

Solução: $x = 5$ e $y = 4$ .

---

**2.1** Sejam: **Pág. 71**
$x$ = número de cestos sem defeito;
$y$ = número de cestos comem defeito.

$$\begin{cases} x + y = 160 \\ 3x - 5y = 400 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 160 - y \\ 3 \times (160 - y) - 5y = 400 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 160 - y \\ 480 - 3y - 5y = 400 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 160 - y \\ -8y = -80 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 160 - 10 \\ y = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 150 \\ y = 10 \end{cases}$$

Foram produzidos 10 cestos com defeito.

**2.2** Sejam:
$x$ = número de pombos;
$y$ = número de pombas.

$$\begin{cases} x + y = 100 \\ x + 20 = y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + (x + 20) = 100 \\ x + 20 = y \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x = 80 \\ x + 20 = y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 40 \\ y = 40 + 20 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 40 \\ y = 60 \end{cases}$$

Nasceram 60 pombas.

**3.1** **Pág. 73**
$$\begin{cases} 2x + y - 5z = 8 \\ y = 3z + x \\ 4x - 8 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + y - 5z = 8 \\ y = 3z + x \\ 4x = 8 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2 \times 2 + y - 5z = 8 \\ y = 3z + 2 \\ x = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4 + (3z + 2) - 5z = 8 \\ y = 3z + 2 \\ x = 2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -2z = 2 \\ y = 3z + 2 \\ x = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z = -1 \\ y = 3 \times (-1) + 2 \\ x = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z = -1 \\ y = -1 \\ x = 2 \end{cases}$$

A solução do sistema é: $(2\,,\,-1\,,\,-1)$

**3.2**
$$\begin{cases} x + 3z = 10 \\ x - y + z = 2 \\ 3x + 4y = 11 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 10 - 3z \\ (10 - 3z) - y + z = 2 \\ 3 \times (10 - 3z) + 4y = 11 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 10 - 3z \\ -y + 2z = -8 \\ 30 - 9z + 4y = 11 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 10 - 3z \\ y = 8 - 2z \\ 30 - 9z + 4 \times (8 - 2z) = 11 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 10 - 3z \\ y = 8 - 2z \\ -17z = -51 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 10 - 3 \times 3 \\ y = 8 - 2 \times 3 \\ z = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \\ z = 3 \end{cases}$$

A solução do sistema é: $(1\,,\,2\,,\,3)$

**3.3**
$$\begin{cases} 4x - 3y + z = 10 \\ 2x - 4y + 5z = 10 \\ x + 5y + z + 9 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z = 10 - 4x + 3y \\ 2x - 4y + 5 \times (10 - 4x + 3y) = 10 \\ x + 5y + (10 - 4x + 3y) + 9 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} z = 10 - 4x + 3y \\ 2x - 4y + 50 - 20x + 15y = 10 \\ -3x + 8y = -9 - 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z = 10 - 4x + 3y \\ -18x + 11y = -40 \\ -3x + 8y = -19 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} z = 10 - 4x + 3y \\ -18x + 11y = -40 \\ -3x + 8y = -19 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z = 10 - 4x + 3y \\ y = \dfrac{18x - 40}{11} \\ -3x + 8 \times \left(\dfrac{18x - 40}{11}\right) = -19 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} z = 10 - 4x + 3y \\ y = \dfrac{18x - 40}{11} \\ -3x + \dfrac{144x}{11} - \dfrac{320}{11} = -19 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z = 10 - 4x + 3y \\ y = \dfrac{18x - 40}{11} \\ \dfrac{-33x + 144x}{11} = \dfrac{-209 + 320}{11} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} z = 10 - 4x + 3y \\ y = \dfrac{18x - 40}{11} \\ 111x = 111 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z = 10 - 4 \times 1 + 3y \\ y = \dfrac{18 \times 1 - 40}{11} \\ x = 1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} z = 10 - 4 \times 1 + 3 \times (-2) \\ y = -2 \\ x = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z = 0 \\ y = -2 \\ x = 1 \end{cases}$$

A solução do sistema é: $(1\,,\,-2\,,\,0)$

**4.1** $\begin{cases}4x-3y+2z=6\\2x-y+5z=10\\x+2y-z=-7\end{cases}$ **Pág. 75**

$$\begin{matrix}\\-2\times\\-4\times\end{matrix}\begin{cases}4x-3y+2z=6\\2x-y+5z=10\\x+2y-z=-7\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}4x-3y+2z=6\\-4x+2y-10z=-20\\-4x-8y+4z=28\end{cases}$$

$$\begin{array}{ll}\text{1.ª eq.} & 4x-3y+2z=6\\ \text{2.ª eq.} & -4x+2y-10z=-20\\ \hline & -y-8z=-14\end{array}\qquad\begin{array}{ll}\text{1.ª eq.} & 4x-3y+2z=6\\ \text{3.ª eq.} & -4x-8y+4z=28\\ \hline & -11y+6z=34\end{array}$$

$$(1)\begin{cases}4x-3y+2z=6\\-y-8z=-14\\-11y+6z=34\end{cases}$$

$$-11\times\begin{cases}-y-8z=-14\\-11y+6z=34\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}11y+88z=154\\-11y+6z=34\end{cases}$$

$$\begin{array}{l}\hline 94z=188\\ z=2\end{array}$$

$$(2)\begin{cases}4x-3y+2z=6\\-y-8z=-14\\z=2\end{cases}$$

$$\begin{array}{ll}\text{2.ª eq.} & -y-8z=-14\\ 8\times\text{3.ª eq.} & 8z=16\\ \hline & -y=2\\ & y=-2\end{array}$$

$$(3)\begin{cases}4x-3y+2z=6\\y=-2\\z=2\end{cases}$$

$$\begin{matrix}\\3\times\\-2\times\end{matrix}\begin{cases}4x-3y+2z=6\\y=-2\\z=2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}4x-3y+2z=6\\3y=-6\\-2z=-4\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=-1\\y=-2\\z=2\end{cases}$$

$$\begin{array}{l}\hline 4x=-4\\ x=-1\end{array}$$

**A solução do sistema é:** $(-1,-2,2)$

**4.2** $\begin{cases}5x+6y+4z=3\\2x-3y+5z=10\\3x+2y-2z=-1\end{cases}$

$$\begin{matrix}\\-\frac{5}{2}\times\\-\frac{5}{3}\times\end{matrix}\begin{cases}5x+6y+4z=3\\2x-3y+5z=10\\3x+2y-2z=-1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}5x+6y+4z=3\\-5x+\frac{15}{2}y-\frac{25}{2}z=-25\\-5x-\frac{10}{3}y+\frac{10}{3}z=\frac{5}{3}\end{cases}$$

$$\begin{array}{ll}\text{1.ª eq.} & 5x+6y+4z=3\\ \text{2.ª eq.} & -5x+\frac{15}{2}y-\frac{25}{2}z=-25\\ \hline & \frac{27}{2}y-\frac{17}{2}z=-22\end{array}\qquad\begin{array}{ll}\text{1.ª eq.} & 5x+6y+4z=3\\ \text{3.ª eq.} & -5x-\frac{10}{3}y+\frac{10}{3}z=\frac{5}{3}\\ \hline & \frac{8}{3}y+\frac{22}{3}z=\frac{14}{3}\end{array}$$

$$(1)\begin{cases}5x+6y+4z=3\\\frac{27}{2}y-\frac{17}{2}z=-22\\\frac{8}{3}y+\frac{22}{3}z=\frac{14}{3}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}5x+6y+4z=3\\27y-17z=-44\\8y+22z=14\end{cases}$$

$$\begin{matrix}\\-\frac{27}{8}\times\end{matrix}\begin{cases}27y-17z=-44\\8y+22z=14\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}27y-17z=-44\\-27y-\frac{594}{8}z=-\frac{378}{8}\end{cases}$$

$$\begin{array}{l}\hline -\frac{730}{8}z=-\frac{730}{8}\\ z=1\end{array}$$

$$(2)\begin{cases}5x+6y+4z=3\\27y-17z=-44\\z=1\end{cases}$$

$$\begin{array}{ll}\text{2.ª eq.} & 27y-17z=-44\\ (17)\text{3.ª eq.} & 17z=17\\ \hline & 27y=-27\\ & y=-1\end{array}$$

$$(3)\begin{cases}5x+6y+4z=3\\y=-1\\z=1\end{cases}$$

$$\begin{matrix}\\-6\times\\-4\times\end{matrix}\begin{cases}5x+6y+4z=3\\y=-1\\z=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}5x+6y+4z=3\\-6y=6\\-4z=-4\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=1\\y=-1\\z=1\end{cases}$$

$$\begin{array}{l}\hline 5x=5\\ x=1\end{array}$$

**A solução do sistema é:** $(1,-1,1)$

**4.3** $\begin{cases}8x+4y+3z=14\\4x+2y-z=2\\x-3y+5z=11\end{cases}$

$$\begin{matrix}\\-2\times\\-8\times\end{matrix}\begin{cases}8x+4y+3z=14\\4x+2y-z=2\\x-3y+5z=11\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}8x+4y+3z=14\\-8x-4y+2z=-4\\-8x+24y-40z=-88\end{cases}$$

$$\begin{array}{ll}\text{1.ª eq.} & 8x+4y+3z=14\\ \text{2.ª eq.} & -8x-4y+2z=-4\\ \hline & 5z=10\\ & z=2\end{array}\qquad\begin{array}{ll}\text{1.ª eq.} & 8x+4y+3z=14\\ \text{3.ª eq.} & -8x+24y-40z=-88\\ \hline & 28y-37z=-74\end{array}$$

$$(1)\begin{cases}8x+4y+3z=14\\z=2\\28y-37z=-74\end{cases}$$

$$37\times\begin{cases}z=2\\28y-37z=-74\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}37z=74\\28y-37z=-74\end{cases}$$

$$\begin{array}{l}\hline 28y=0\\ y=0\end{array}$$

$$(2)\ \begin{cases} 8x+4y+3z=14 \\ z=2 \\ y=0 \end{cases}$$

$$\begin{array}{l} \\ -3\times \\ -4\times \end{array}\begin{cases} 8x+4y+3z=14 \\ z=2 \\ y=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 8x+4y+3z=14 \\ -3z=-6 \\ -4y=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=0 \\ z=2 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} 8x &= 8 \\ x &= 1 \end{aligned}$$

**A solução do sistema é: $(1\,,0\,,2)$.**

---

**5.1** **Pág. 77**

$$\begin{cases} 2x+y=4 \\ x+y+z=1 \\ y-z=1 \end{cases}$$

$$D=\begin{vmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \end{vmatrix} = 2\times\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} - 1\times\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} + 0\times\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}$$

$= 2\times(-1-1)-1\times(-1-0)+0=$

$= -4+1=-3$

$$D_X=\begin{vmatrix} 4 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \end{vmatrix} = 4\times\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} - 1\times\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} + 1\times\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}$$

$= 4\times(-1-1)-1\times(-1-0)+1\times(1-0)=$

$= -8+1+1=-6$

$$D_Y=\begin{vmatrix} 2 & 4 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \end{vmatrix} = 2\times\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} - 1\times\begin{vmatrix} 4 & 0 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} + 0\times\begin{vmatrix} 4 & 0 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}$$

$= 2\times(-1-1)-1\times(-4-0)+0=$

$= -4+4=0$

$$D_Z=\begin{vmatrix} 2 & 1 & 4 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 2\times\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} - 1\times\begin{vmatrix} 1 & 4 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} + 0\times\begin{vmatrix} 1 & 4 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}$$

$= 2\times(1-1)-1\times(1-4)+0=$

$= 0+3=3$

**Donde:**

$x=\dfrac{-6}{-3}=2\,;\ y=\dfrac{0}{-3}=0\,;\ z=\dfrac{3}{-3}=-1$

**A solução do sistema é: $(2\,,0\,,-1)$**

**5.2**

$$\begin{cases} 4x-3y=5 \\ 2y-3z=5 \\ z+3x=5 \end{cases}$$

$$D=\begin{vmatrix} 4 & -3 & 0 \\ 0 & 2 & -3 \\ 3 & 0 & 1 \end{vmatrix} = 4\times\begin{vmatrix} 2 & -3 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} - 0\times\begin{vmatrix} -3 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} + 3\times\begin{vmatrix} -3 & 0 \\ 2 & -3 \end{vmatrix}$$

$= 4\times(2-0)-0+3\times(9-0)=$

$= 8+27=35$

$$D_X=\begin{vmatrix} 5 & -3 & 0 \\ 5 & 2 & -3 \\ 5 & 0 & 1 \end{vmatrix} = 5\times\begin{vmatrix} 2 & -3 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} - 5\times\begin{vmatrix} -3 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} + 5\times\begin{vmatrix} -3 & 0 \\ 2 & -3 \end{vmatrix}$$

$= 5\times(2-0)-5\times(-3-0)+5\times(9-0)=$

$= 10+15+45=70$

$$D_Y=\begin{vmatrix} 4 & 5 & 0 \\ 0 & 5 & -3 \\ 3 & 5 & 1 \end{vmatrix} = 4\times\begin{vmatrix} 5 & -3 \\ 5 & 1 \end{vmatrix} - 0\times\begin{vmatrix} 5 & 0 \\ 5 & 1 \end{vmatrix} + 3\times\begin{vmatrix} 5 & 0 \\ 5 & -3 \end{vmatrix}$$

$= 4\times(5+15)-0+3\times(-15-0)=$

$= 80-45=35$

$$D_Z=\begin{vmatrix} 4 & -3 & 5 \\ 0 & 2 & 5 \\ 3 & 0 & 5 \end{vmatrix} = 4\times\begin{vmatrix} 2 & 5 \\ 0 & 5 \end{vmatrix} - 0\times\begin{vmatrix} -3 & 5 \\ 0 & 5 \end{vmatrix} + 3\times\begin{vmatrix} -3 & 5 \\ 2 & 5 \end{vmatrix}$$

$= 4\times(10-0)-0+3\times(-15-10)=$

$= 40-75=-35$

**Donde:**

$x=\dfrac{70}{35}=2\,;\ y=\dfrac{35}{35}=1\,;\ z=\dfrac{-35}{35}=-1$

**A solução do sistema é: $(2\,,1\,,-1)$**

**5.3**

$$\begin{cases} \dfrac{3x-4}{5}-\dfrac{y+3}{2}=0 \\ 4x-7y=-3 \\ z+3y=16 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{3x-4}{5}=\dfrac{y+3}{2} \\ 4x-7y=-3 \\ z+3y=16 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2(3x-4)=5(y+3) \\ 4x-7y=-3 \\ z+3y=16 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6x-5y=23 \\ 4x-7y=-3 \\ z+3y=16 \end{cases}$$

$$D=\begin{vmatrix} 6 & -5 & 0 \\ 4 & -7 & 0 \\ 0 & 3 & 1 \end{vmatrix} = 6\times\begin{vmatrix} -7 & 0 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} - 4\times\begin{vmatrix} -5 & 0 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} + 0\times\begin{vmatrix} -5 & 0 \\ -7 & 0 \end{vmatrix}$$

$= 6\times(-7-0)-4\times(-5-0)+0=$

$= -42+20=-22$

$$D_X=\begin{vmatrix} 23 & -5 & 0 \\ -3 & -7 & 0 \\ 16 & 3 & 1 \end{vmatrix} = 23\times\begin{vmatrix} -7 & 0 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} - (-3)\times\begin{vmatrix} -5 & 0 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} + 16\times\begin{vmatrix} -5 & 0 \\ -7 & 0 \end{vmatrix}$$

$= 23\times(-7-0)+3\times(-5-0)+16\times(0-0)=$

$= -161-15=-176$

$$D_Y=\begin{vmatrix} 6 & 23 & 0 \\ 4 & -3 & 0 \\ 0 & 16 & 1 \end{vmatrix} = 6\times\begin{vmatrix} -3 & 0 \\ 16 & 1 \end{vmatrix} - 4\times\begin{vmatrix} 23 & 0 \\ 16 & 1 \end{vmatrix} + 0\times\begin{vmatrix} 23 & 0 \\ -3 & 0 \end{vmatrix}$$

$= 6\times(-3-0)-4\times(23-0)+0=$

$= -18-92=-110$

$$D_Z=\begin{vmatrix} 6 & -5 & 23 \\ 4 & -7 & -3 \\ 0 & 3 & 16 \end{vmatrix} = 6\times\begin{vmatrix} -7 & -3 \\ 3 & 16 \end{vmatrix} - 4\times\begin{vmatrix} -5 & 23 \\ 3 & 16 \end{vmatrix} + 0\times\begin{vmatrix} -5 & 23 \\ -7 & -3 \end{vmatrix}$$

$= 6\times(-112+9)-4\times(-80-69)+0=$

$= -618+596=-22$

**Donde:**

$$x = \frac{-176}{-22} = 8 \ ; \ y = \frac{-110}{-22} = 5 \ ; \ z = \frac{-22}{-22} = 1$$

**A solução do sistema é: $(8 , 5 , 1)$.**

**1.** **Pág. 78**

$$\begin{cases} x + y = 3 \\ 2x + 3y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 - y \\ 6 - 2y + 3y = 5 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 - (-1) \\ y = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = -1 \end{cases}$$

**A solução do sistema é: $(4 , -1)$.**

**Resposta: (A)**

**Nota: Por lapso, a solução no manual está incorrecta.**

**2.**

$$\begin{cases} \dfrac{x+y}{3} = 2(x-y) \\ \dfrac{1-y}{2} = \dfrac{x-1}{3} - \dfrac{2(y+1)}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 6(x-y) \\ \dfrac{1-y}{2} = \dfrac{x-1-2y-2}{3} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 6x - 6y \\ 3(1-y) = 2(x-2y-3) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -5x = -7y \\ 3 - 3y = 2x - 4y - 6 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 5x = 7y \\ -2x + y = -9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x = 7(2x-9) \\ y = 2x - 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x = 14x - 63 \\ y = 2x - 9 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -9x = -63 \\ y = 2x - 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 7 \\ y = 2 \times 7 - 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 7 \\ y = 5 \end{cases}$$

**A solução do sistema é: $(7 , 5)$.**

**Resposta: (A)**

**3.**

$$\begin{cases} x + 3y + 5z = 2 \\ 2x - 2y - 2z = 4 \\ 3x + 2y + 4z = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 - 3y - 5z \\ 2(2 - 3y - 5z) - 2y - 2z = 4 \\ 3(2 - 3y - 5z) + 2y + 4z = 5 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 - 3y - 5z \\ 4 - 6y - 10z - 2y - 2z = 4 \\ 6 - 9y - 15z + 2y + 4z = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 - 3y - 5z \\ -8y = 12z \\ -7y = 11z - 1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 - 3y - 5z \\ y = -\dfrac{12}{8}z \\ -7\left(-\dfrac{12}{8}z\right) = 11z - 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 - 3y - 5z \\ y = -\dfrac{12}{8}z \\ \dfrac{84}{8}z - 11z = -1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 - 3y - 5z \\ y = -\dfrac{12}{8}z \\ 84z - 88z = -8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 - 3y - 5z \\ y = -\dfrac{12}{8} \times 2 \\ z = 2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 - 3(-3) - 5 \times 2 \\ y = -3 \\ z = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = -3 \\ z = 2 \end{cases}$$

**A solução do sistema é: $(1 , -3 , 2)$.**

**Resposta: (A)**

**4.** **Uma vez que o sistema é o mesmo do Exercício 3, já sabemos que a solução é: $(1 , -3 , 2)$. Logo, o sistema é possível e determinado.**

**Resposta: (A)**

**5.**

$$\begin{cases} x + z = 0 \\ 2x + 2y = 0 \\ y + 3z = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -z \\ 2(-z) + 2y = 0 \\ y + 3z = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -y \\ y = z \\ z + 3z = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \\ z = 0 \end{cases}$$

**A solução do sistema é: $(0 , 0 , 0)$.**

**Resposta: (C)**

**6.**

$$\begin{cases} 3x - 2y + 4z = 5 \\ 4x + y - 3z = 2 \\ 6x + 7y - 17z = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x - 2(2 - 4x + 3z) + 4z = 5 \\ y = 2 - 4x + 3z \\ 6x + 7(2 - 4x + 3z) - 17z = 4 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x - 4 + 8x - 6z + 4z = 5 \\ y = 2 - 4x + 3z \\ 6x + 14 - 28x + 21z - 17z = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 11x - 2z = 9 \\ y = 2 - 4x + 3z \\ -22x + 4z = -10 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \dfrac{9+2z}{11} \\ y = 2 - 4x + 3z \\ -22\left(\dfrac{9+2z}{11}\right) + 4z = -10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \dfrac{9+2z}{11} \\ y = 2 - 4x + 3z \\ -18 - 4z + 4z = -10 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \dfrac{9+2z}{11} \\ y = 2 - 4x + 3z \\ \boxed{0z = 8} \end{cases}$$

**O sistema é impossível.**

**Resposta: (A)**

**7.1** **Pág. 79**

$$\begin{cases} x - y = 2 \\ x^2 + 4y^2 = 13 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = x - 2 \\ x^2 + 4(x-2)^2 = 13 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = x - 2 \\ x^2 + 4(x^2 - 4x + 4) = 13 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = x - 2 \\ x^2 + 4x^2 - 16x + 16 = 13 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = x - 2 \\ 5x^2 - 16x + 3 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = x - 2 \\ 5(x-3)\left(x - \dfrac{1}{5}\right) = 0 \end{cases}$$

**Cálculo auxiliar:**

$$5x^2 - 16x + 3 = 0$$

$$x = \frac{16 \pm \sqrt{256 - 60}}{10} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = 3 \lor x = \frac{1}{5}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = x - 2 \\ x = 3 \vee x = \frac{1}{5} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 1 \end{cases} \vee \begin{cases} x = \frac{1}{5} \\ y = -\frac{9}{5} \end{cases}$$

As soluções do sistema são: $(3\,,\,1)$ e $\left(\frac{1}{5}\,,\,-\frac{9}{5}\right)$.

**7.2** $\begin{cases} 3x + y = 2 \\ 2x^2 - y^2 = -23 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2 - 3x \\ 2x^2 - (2 - 3x)^2 = -23 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = 2 - 3x \\ 2x^2 - \left(4 - 12x + 9x^2\right) = -23 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = 2 - 3x \\ -7x^2 + 12x + 19 = 0 \end{cases}$$

Cálculo auxiliar:

$-7x^2 + 12x + 19 = 0$

$x = \dfrac{-12 \pm \sqrt{144 + 532}}{-14} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x = -1 \vee x = \dfrac{19}{7}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = 2 - 3x \\ -7(x + 1)\left(x - \frac{19}{7}\right) = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = 2 - 3x \\ x = -1 \vee x = \frac{19}{7} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = 5 \end{cases} \vee \begin{cases} x = \frac{19}{7} \\ y = -\frac{43}{7} \end{cases}$$

As soluções do sistema são: $(-1\,,\,5)$ e $\left(\frac{19}{7}\,,\,-\frac{43}{7}\right)$.

**8.** $\begin{cases} x + y = 17 \\ x^2 + y^2 = 13^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 17 - x \\ x^2 + (17 - x)^2 = 169 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = 17 - x \\ x^2 + \left(289 - 34x + x^2\right) = 169 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 17 - x \\ 2x^2 - 34x + 120 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = 17 - x \\ x^2 - 17x + 60 = 0 \end{cases}$$

Cálculo auxiliar:

$x^2 - 17x + 60 = 0$

$x = \dfrac{17 \pm \sqrt{289 - 240}}{2} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x = 5 \vee x = 12$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = 17 - x \\ (x - 5)(x - 12) = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = 17 - x \\ x = 5 \vee x = 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 \\ y = 12 \end{cases} \vee \begin{cases} x = 12 \\ y = 5 \end{cases}$$

Os catetos medem 5 cm e 12 cm.

**9.** $\begin{cases} 3x - 5y + 4z = 12 \\ y + 3z = 7 \\ z = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x - 5y + 4z = 12 \\ y + 3 \times 2 = 7 \\ z = 2 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x - 5 \times 1 + 4 \times 2 = 12 \\ y = 1 \\ z = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{1}{3} \\ y = 1 \\ z = 2 \end{cases}$$

A solução do sistema é: $\left(-\frac{1}{3}\,,\,1\,,\,2\right)$.

**10.** $\begin{cases} 2x + 3y - z = 22 \\ x - 4y + 2z = -5 \\ 2x - y + z = 12 \end{cases}$

$$\begin{matrix} \\ -2 \times \\ -1 \times \end{matrix} \begin{cases} 2x + 3y - z = 22 \\ x - 4y + 2z = -5 \\ 2x - y + z = 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 3y - z = 22 \\ -2x + 8y - 4z = 10 \\ -2x + y - z = -12 \end{cases}$$

| | | | |
|---|---|---|---|
| 1.ª eq. | $2x + 3y - z = 22$ | 1.ª eq. | $2x + 3y - z = 22$ |
| 2.ª eq. | $-2x + 8y - 4z = 10$ | 3.ª eq. | $-2x + y - z = -12$ |
| | $11y - 5z = 32$ | | $4y - 2z = 10$ |

(1) $\begin{cases} 2x + 3y - z = 22 \\ 11y - 5z = 32 \\ 4y - 2z = 10 \end{cases}$

$$\begin{matrix} \\ -\frac{11}{4} \times \end{matrix} \begin{cases} 11y - 5z = 32 \\ 4y - 2z = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 11y - 5z = 32 \\ -11y + \frac{22}{4}z = -\frac{110}{4} \end{cases}$$

$\frac{2}{4}z = \frac{18}{4}$

$z = 9$

(2) $\begin{cases} 2x + 3y - z = 22 \\ 11y - 5z = 32 \\ z = 9 \end{cases}$

| | |
|---|---|
| 2.ª eq. | $11y - 5z = 32$ |
| $(5\times)$3.ª eq. | $5z = 45$ |
| | $11y = 77$ |
| | $y = 7$ |

(3) $\begin{cases} 2x + 3y - z = 22 \\ y = 7 \\ z = 9 \end{cases}$

$$-3 \times \begin{cases} 2x + 3y - z = 22 \\ y = -21 \\ z = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 3y - z = 22 \\ -3y = -21 \\ z = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 \\ y = 7 \\ z = 9 \end{cases}$$

$2x = 10$

$x = 5$

A solução do sistema é: $(5\,,\,7\,,\,9)$

**11.** $\begin{cases} 6x - y + 8z = 4 \\ 4x + 3y + 4z = 6 \\ 10x - 5y - 8z = -2 \end{cases}$

$$D = \begin{vmatrix} 6 & -1 & 8 \\ 4 & 3 & 4 \\ 10 & -5 & -8 \end{vmatrix} = 6 \times \begin{vmatrix} 3 & 4 \\ -5 & -8 \end{vmatrix} - 4 \times \begin{vmatrix} -1 & 8 \\ -5 & -8 \end{vmatrix} + 10 \times \begin{vmatrix} -1 & 8 \\ 3 & 4 \end{vmatrix}$$

$= 6 \times (-24 + 20) - 4 \times (8 + 40) + 10 \times (-4 - 24) =$

$= -24 - 192 - 280 = -496$

$$D_x = \begin{vmatrix} 4 & -1 & 8 \\ 6 & 3 & 4 \\ -2 & -5 & -8 \end{vmatrix} = 4 \times \begin{vmatrix} 3 & 4 \\ -5 & -8 \end{vmatrix} - 6 \times \begin{vmatrix} -1 & 8 \\ -5 & -8 \end{vmatrix} - 2 \times \begin{vmatrix} -1 & 8 \\ 3 & 4 \end{vmatrix}$$

$$= 4 \times (-24 + 20) - 6 \times (8 + 40) - 2 \times (-4 - 24) =$$
$$= -16 - 288 + 56 = -248$$

$$D_Y = \begin{vmatrix} 6 & 4 & 8 \\ 4 & 6 & 4 \\ 10 & -2 & -8 \end{vmatrix} = 6 \times \begin{vmatrix} 6 & 4 \\ -2 & -8 \end{vmatrix} - 4 \times \begin{vmatrix} 4 & 8 \\ -2 & -8 \end{vmatrix} + 10 \times \begin{vmatrix} 4 & 8 \\ 6 & 4 \end{vmatrix}$$
$$= 6 \times (-48 + 8) - 4 \times (-32 + 16) + 10 \times (16 - 48) =$$
$$= -240 + 64 - 320 = -496$$

$$D_Z = \begin{vmatrix} 6 & -1 & 4 \\ 4 & 3 & 6 \\ 10 & -5 & -2 \end{vmatrix} = 6 \times \begin{vmatrix} 3 & 6 \\ -5 & -2 \end{vmatrix} - 4 \times \begin{vmatrix} -1 & 4 \\ -5 & -2 \end{vmatrix} + 10 \times \begin{vmatrix} -1 & 4 \\ 3 & 6 \end{vmatrix}$$
$$= 6 \times (-6 + 30) - 4 \times (2 + 20) + 10 \times (-6 - 12) =$$
$$= 144 - 88 - 180 = -124$$

Donde:

$$x = \frac{-248}{-496} = \frac{1}{2};\ y = \frac{-496}{-496} = 1;\ z = \frac{-124}{-496} = \frac{1}{4}$$

A solução do sistema é: $\left(\frac{1}{2}, 1, \frac{1}{4}\right)$

**12.1** $\begin{cases} x + 3y + 5z = 2 \\ 2x + 9y + 15z = 4 \\ 3x + 6y + 10z = 6 \end{cases}$

$$\begin{cases} 2 + 3(-5) + 5 \times 3 = 2 \\ 2 \times 2 + 9(-5) + 15 \times 3 = 4 \\ 3 \times 2 + 6(-5) + 10 \times 3 = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2 = 2 \\ 4 = 4 \\ 6 = 6 \end{cases}$$

O par ordenado $(x, y, z)$ igual a $(2, -5, 3)$ é solução do sistema.

**12.2** $\begin{cases} x + 3y + 5z = 2 \\ 2x + 9y + 15z = 4 \\ 3x + 6y + 10z = 6 \end{cases}$

$$\begin{cases} 2 + 3(-5a) + 5(3a) = 2 \\ 2 \times 2 + 9(-5a) + 15(3a) = 4 \\ 3 \times 2 + 6(-5a) + 10(3a) = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2 - 15a + 15a = 2 \\ 4 - 45a + 45a = 4 \\ 6 - 30a + 30a = 6 \end{cases}$$
$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2 = 2 \\ 4 = 4 \\ 6 = 6 \end{cases}$$

O sistema admite como solução todos os termos ordenados do tipo $(2, -5a, 3a)$.