

- 1.1  $\sqrt{4} + \sqrt{16}$ , designação. Pág. 9
- 1.2  $\sqrt{4} + \sqrt{16} = 6$ , proposição.
- 1.3  $\sqrt[3]{8}$ , designação.
- 1.4  $\sqrt[3]{8} > 2$ , proposição.
- 1.5  $\{2, 3, 5\}$ , designação.
- 1.6  $1 \in \{2, 3, 5\}$ , proposição.
- 1.7 m.d.c. (8, 10), designação.
- 1.8 m.d.c. (8, 10) = 8, proposição.

2. A proposição (1.2),  $\sqrt{4} + \sqrt{16} = 6$ , é verdadeira.  
 A proposição (1.4),  $\sqrt[3]{8} > 2$ , é falsa, já que  $\sqrt[3]{8} = 2$ .  
 A proposição (1.6),  $1 \in \{2, 3, 5\}$ , é verdadeira.  
 A proposição (1.8), m.d.c. (8, 10) = 8, é verdadeira.

- 3.1 A primeira: 4 é um número par. Pág. 10
- 3.2 A primeira: "2+1" e "4-1" são designações do número 3.
- 3.3 A segunda: " $\frac{1}{2}$ " é uma designação de 0,5.

- 4.1 A proposição,  $3+2=2+3$ , é verdadeira. Pág. 11
- 4.2 A proposição, " $3+2=2+3$ ", é falsa.
- 4.3 A proposição, " $5+3 \cdot 2=11$ ", é falsa.
- 4.4 A proposição, " $4 \in \frac{8}{2}$ ", é verdadeira.

- 5.1 É verdadeira.
- 5.2 É falsa.
- 5.3 É verdadeira.

- 6.1 O livro escolar não é um instrumento de trabalho. Pág. 12
- 6.2 O automóvel não é um meio de transporte.
- 6.3 Nem todos os alunos gostam de matemática.

- 7.1  $\sqrt{a} + \sqrt{b} = \sqrt{a+b}$ . Pág. 13
- 7.2  $p$  não é um número irracional.
- 7.3 Nem todos os números primos são ímpares.

- 8.1  $2\sqrt{3} = \sqrt{12}$ . É falsa.  
 $2\sqrt{3} = \sqrt{12}$ . É verdadeira.  
 Nota:  $2\sqrt{3} = \sqrt{4 \cdot 3} = \sqrt{12}$ .

- 8.2  $\{1\} \subseteq \{1, 2, 3\}$  é falsa.  
 $\{1\} \cap \{1, 2, 3\} = \{1\}$  é verdadeira.

- 8.3  $2^3 = 6$ . É verdadeira.  
 $2^3 = 6$ . É falsa.  
 Nota:  $2^3 = 8 \neq 6$ .

- 8.4  $(2\sqrt{5})^2 = 20$ . É falsa.  
 $(2\sqrt{5})^2 = 20$ . É verdadeira.  
 Nota:  $(2\sqrt{5})^2 = (4 \cdot 5) = 20$ .

- 9.1 A proposição é falsa.

- 9.2  $\sqrt{\sqrt{5}} = \sqrt[4]{5}$ .

- 9.3 É verdadeira, visto que  $\sqrt{\sqrt{5}} = \sqrt[4]{5}$ .

- 10.1 A água é um bem essencial e a protecção do ambiente é uma responsabilidade de todos. Pág. 14

- 10.2 A água não é um bem essencial e a protecção do ambiente é uma responsabilidade de todos.

- 11.1  $I \cup m$ . Pág. 15

- 11.2  $I \cup \sim m$ .

- 11.3  $\sim I \cup \sim m$ .

12. A proposição de 11.1 é verdadeira;  
 a proposição de 11.2 é falsa;  
 a proposição de 11.3 é falsa.

- 13.1  $a \cup b$ .

- 13.2  $\sim a \cup \sim b$ .

- 14.1 Ou  $1 + 1 = 2$  ou a lógica é uma batata. Pág. 16

- 14.2 Ou a lógica é uma batata ou  $1 + 1 = 2$ .

15. A proposição de 14.1 é verdadeira.  
 A proposição de 14.2 é falsa.

- 16.1 Ou o Paulino tem 17 anos ou a Mia tem 16 anos. (Falsa)

- 16.2 Ou o Paulino não tem 17 anos ou a Mia tem 16 anos. (Verdadeira)

- 17.1 É falsa, porque  $p$  e  $q$  são ambas verdadeiras.

- 17.2 É verdadeira, porque  $\sim p$  é falsa e  $q$  é verdadeira.

- 18.1  $p \cup q$ .

- 18.2  $p \cup q$ .

- 18.3  $(p \cup r) \cup q$ .

19. Nota: Na proposição  $b$  deste exercício, onde Pág. 17

se lê  $b: \frac{7}{3} \cdot 2 + \frac{1}{3}$ , deve ler-se  $b: \frac{7}{3} \cdot 2 + \frac{1}{3}$ .

19.1 São ambas verdadeiras.

19.2.1  $5 < 9$  e/ou  $\frac{7}{3} \cdot 2 + \frac{1}{3}$ . (Verdadeira)

19.2.2  $5 \leq 9$  e/ou  $\frac{7}{3} \cdot 2 + \frac{1}{3}$ . (Falsa)

19.2.3  $5 \geq 9$  e/ou  $\frac{7}{3} \cdot 2 + \frac{1}{3}$ . (Verdadeira)

20. Se  $p \dot{\cup} q$  é verdadeira, então uma das proposições é verdadeira e outra é falsa.

20.1 É verdadeira, porque uma das proposições é verdadeira.

20.2 É verdadeira, porque uma das proposições é verdadeira.

21.1 É verdadeira. Uma das proposições é verdadeira.

21.2 É falsa. Uma das proposições é falsa.

21.3 É verdadeira. Uma das proposições é verdadeira.

22.1  $q \textcircled{R} r$  Pág. 18

22.2  $p \textcircled{R} \sim r$

22.3  $\sim r \textcircled{R} \sim q$

22.4  $(\sim r \dot{\cup} q) \textcircled{R} r$

23.1 Se  $2 + 2 = 5$ , então  $p$  não é um número irracional.

23.2 Se  $2 + 2 \neq 5$ , então  $\sqrt{3}$  é um número irracional.

23.3 Se  $p$  e  $\sqrt{3}$  são números irracionais, então  $2 + 2 \neq 5$ .

23.4 Se  $2 + 2 = 5$  ou  $\sqrt{3}$  não é um número irracional, então  $p$  não é um número irracional.

24. . A proposição de 23.1 é verdadeira, uma vez que  $a$  e  $\sim b$  são proposições falsas.

. A proposição de 23.2 é verdadeira, uma vez que  $\sim a$  e  $c$  são proposições verdadeiras.

. A proposição de 23.3 é verdadeira, uma vez que  $(b \dot{\cup} c)$  e  $\sim a$  são proposições verdadeiras.

. A proposição de 23.4 é verdadeira, uma vez que  $(a \dot{\cup} \sim c)$  e  $\sim b$  são proposições falsas.

25. Se  $p \textcircled{R} q$  é falsa, então a proposição  $p$  é verdadeira e a proposição  $q$  é falsa.

25.1 É falsa, porque ambas as proposições  $(\sim p$  e  $q)$  são falsas.

25.2 É falsa, porque uma das proposições é falsa.

25.3 É verdadeira. Uma das proposições é verdadeira.

26.1 Paulino estuda matemática se e só se quer ser cientista. Pág. 19

26.2 Paulino estuda matemática se e só se não quer ser jornalista.

26.3 Paulino estuda matemática e quer ser cientista se e só se não quer ser jornalista.

27.1 12 é um número par se e só se  $\frac{1}{3}$  é um número irracional.

27.2 12 é um número par se e só se  $\sqrt{2}$  não é um número irracional.

27.3 12 não é um número par se e só se  $\frac{1}{3}$  e  $\sqrt{2}$  são números racionais.

27.4 12 é um número par e  $\sqrt{2}$  é um número racional se e só se  $\frac{1}{3}$  é um número racional.

28. A proposição de 27.1 é verdadeira.

A proposição de 27.2 é falsa.

A proposição de 27.3 é verdadeira.

A proposição de 27.4 é falsa.

29. Se  $a \ll b$  é verdadeira, então as duas proposições têm o mesmo valor lógico (ambas verdadeiras ou ambas falsas).

29.1 É verdadeira, porque uma das proposições é verdadeira.

29.2 É verdadeira, porque as proposições  $(a \dot{\cup} b)$  e  $\sim a$  não têm o mesmo valor lógico.

29.3 É verdadeira, porque as proposições  $(a \dot{\cup} b)$  e  $a$  têm o mesmo valor lógico.

30.1 Pág. 20

$p$	$\vee$	$q$	$\leftrightarrow$	$q$	$\vee$	$p$
1	1	1	1	1	1	1
1	1	0	1	0	1	1
0	1	1	1	1	1	0
0	0	0	1	0	0	0

30.2

$p$	$\wedge$	$\vee$	$\leftrightarrow$	$\vee$	$\wedge$	$p$	$\leftrightarrow$	$p$
1	1	1	1	1	1	1	1	1
0	0	1	1	1	0	0	1	0

30.3

$p$	$\vee$	$p$	$\leftrightarrow$	$p$
1	1	1	1	1
0	0	0	1	0

31.1

$(a \wedge b) \rightarrow (a \vee b)$						
1	1	1	1	1	1	1
1	0	0	1	1	1	0
0	0	1	1	0	1	1
0	0	0	1	0	0	0

31.2

$b \rightarrow (\sim a \rightarrow b)$					
1	1	0	1	1	1
0	1	0	1	1	0
1	1	1	0	1	1
0	1	1	0	0	0

31.3

$\sim (a \vee b) \leftrightarrow (\sim a \wedge \sim b)$									
0	1	1	1	1	0	1	0	0	1
0	1	1	0	1	0	1	0	1	0
0	0	1	1	1	1	0	0	0	1
1	0	0	0	1	1	0	1	1	0

32.

$p \vee (q \wedge r) \leftrightarrow (p \vee q) \wedge (p \vee r)$											
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	0	0	1	1	1	1	1	1	0
1	1	0	0	1	1	1	0	1	1	1	1
1	1	0	0	0	1	1	1	0	1	1	0
0	1	1	1	1	1	0	1	1	1	0	1
0	0	1	0	0	1	0	1	1	0	0	0
0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	1
0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0

33.1 É falsa (0).

Pág. 21

33.2 É falsa (0).

33.3 É falsa (0).

34.1  $\sim a \cup b$

34.2  $(\sim a \cup \sim b) \cup c$

34.3  $a \cup \sim b$

34.4  $(\sim a \cup b) \cup c$

35.1  $5 \supset 7 \cup 7 \supset 9$

Pág. 22

35.2  $3 \& 2 \cup 3 \& -2$

36.1 Jorge não é médico e/ou estuda matemática.

36.2 Jorge é médico e estuda matemática.

37.1  $a \cup (\sim a \cup b) \cup a \cup \sim a \cup b$   
 $\cup F \cup b \cup F$

37.2  $a \cup (\sim a \cup b) \cup a \cup \sim a \cup b$   
 $\cup V \cup b \cup V$

37.3  $a \cup (b \cup \sim a) \cup (a \cup b) \cup (a \cup \sim a)$   
 $\cup (a \cup b) \cup F \cup a \cup b$

37.4  $a \cup (b \cup \sim a) \cup (a \cup b) \cup (a \cup \sim a)$   
 $\cup (a \cup b) \cup V \cup a \cup b$

38. Pode concluir-se que a proposição é verdadeira.

$p$	$q$	$p \vee q$
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

39.

$p \vee q \leftrightarrow \sim p \rightarrow q$							
1	1	1	1	0	1	1	1
1	1	0	1	0	1	1	0
0	1	1	1	1	0	1	1
0	0	0	1	1	0	0	0

40.1  $\sim a \cup \sim b$

Pág. 23

40.2  $a \cup \sim b \cup \sim c$

40.3  $a \cup b \cup c$

41.  $2 \cdot 3 + 7 = 13$  e  $5 \cdot (2 \cdot 3 + 7) = 60$

42.  $(a \otimes b) \cup (a \cup b)$

Pág. 24

$\cup (\sim a \cup b) \cup (a \cup b)$

$\cup (\sim a \cup a \cup b) \cup (\sim a \cup b)$

$\cup F \cup (b \cup a)$

$\cup (b \cup a)$

43.

$\sim (a \leftrightarrow b) \leftrightarrow a \vee b$							
0	1	1	1	1	1	0	1
1	1	0	0	1	1	1	0
1	0	0	1	1	0	1	1
0	0	1	0	1	0	0	0

44.1  $2 + 2 = 5 \cup 2 + 2 = 4$

44.2  $2 \cdot 3 = 5 \cup 2 \cdot 2 + 1 = 7$

45.

$(p \rightarrow p) \leftrightarrow q \leftrightarrow p \vee q$								
1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	0	0	1	0	1	1	1	0
0	0	1	0	1	1	0	1	1
0	0	0	0	0	1	0	0	0

46.1  $a \cup b$

46.2  $p$

46.3  $a$

46.4  $b$

49.  $p \otimes q \cup (p \cup r)$

$$p \otimes q (q \ll q \cup r)$$

$$(p \otimes \sim p \cup q) \ll (p \cup q \otimes \sim r \cup q)$$

1. Resposta: (D).

Pág. 26

2. Resposta: (C).

3. Se  $a \ll b$  é falsa, então uma das proposições é verdadeira e outra é falsa.

Assim,

(B) é verdadeira, porque as proposições  $\sim p$  e  $q$  têm o mesmo valor lógico.

(C) é verdadeira, porque as proposições  $p$  e  $q$  têm valor lógico diferente.

Logo as respostas (B) e (C) estão correctas.

Nota: Por lapso, existem duas respostas correctas.

4. Resposta: (A).

5. Resposta: (B).

6. Resposta: (D).

7. Resposta: (C).

8.1  $\sim r \cup q$

Pág. 27

A Olívia não era estudante e o Jeremias era pescador.

$$\sim q \otimes r$$

Se o Jeremias não era pescador, então a Olívia era estudante.

$$p \cup q \cup r$$

O Eusébio foi futebolista e o Jeremias era pescador e a Olívia era estudante.

8.2  $\sim r \cup q$ : verdadeira.

$\sim q \otimes r$ : verdadeira.

$p \cup q \cup r$ : falsa.

9.1.1  $\sim a \cup b$

9.1.2  $a \otimes b \cup c$

9.1.3  $a \cup \sim c \otimes \sim b$

9.2 A proposição de 9.1.1 é verdadeira.

A proposição de 9.1.2 é verdadeira.

A proposição de 9.1.3 é verdadeira.

10.1 Ordem possível de preenchimento da tabela:

$\sim$	$a$	$\rightarrow$	$(\sim a \vee b)$	$\rightarrow$	$a \wedge b$	$\leftrightarrow$	$a$
0	1	1	0	1	1	1	1
0	1	1	0	1	0	0	1
1	0	0	1	0	1	1	0
1	0	0	1	0	1	0	0

2.º 1.º 7.º 3.º 1.º 5.º 1.º 6.º 1.º 4.º 1.º 1.º

↑ ↑ ↑ ↑

10.2  $\sim a \otimes (\sim a \cup b \otimes a \cup b)$

$$\cup a \cup (\sim a \cup b \otimes a \cup b)$$

$$\cup a \cup (a \cup \sim b) \cup a \cup b$$

$$\cup a \cup a \cup (\sim b \cup b)$$

$$\cup a \cup [a \cup V]$$

$$\cup a \cup V$$

$$\cup a$$

11.1 O Manuel não estuda Física nem Matemática.

11.2 O Manuel estuda Física e Matemática e não estuda Biologia.

É verdadeira a proposição  $a \cup b \cup \sim c$ .

1. São condições as expressões de: Pág. 29

(1.2)  $\frac{2}{n} + 3 > 0$

(1.4)  $2 > n$

(1.5)  $1 - \sqrt{3} > x$

(1.6)  $\sqrt{3} > \sqrt{x}$

(1.7)  $1 - \sqrt{x-1} > 0$

As restantes são expressões designatórias.

---

2.1 "  $x \hat{I} H$ ,  $x$  é mortal. Pág. 30

2.2 "  $x \hat{I} P$ ,  $x$  tem guelras.

2.3 "  $x \hat{I} \mathbb{Z}$ ,  $x \hat{I} \mathbb{R}$ .

3.1 Todo o quadrado de um número real é não negativo.

3.2 Todo o número natural aumentado de uma unidade é maior que esse número.

3.3 Todos os peixes respiram por guelras.

3.4 Todo o número real aumentado de quatro unidades é positivo.

3.5 Todo o número natural aumentado de quatro unidades é positivo.

4. A afirmação que não é verdadeira é a 3.4,  
"  $x \hat{I} \mathbb{R}$ ,  $x + 4 > 0$ .

5.1 Proposição falsa.

5.2 Proposição verdadeira.

5.3 Proposição verdadeira.

5.4 Proposição verdadeira.

6.1  $x > 0$ , "  $x \hat{I} A$ .

6.2 "  $x \hat{I} A$ ,  $x < 2x$ .

---

7.1  $\exists x \hat{I} \mathbb{R}$ ,  $x > 50$ . Pág. 31

7.2  $\exists x \hat{I} \{\text{números primos}\}$ ,  $x$  é par.

7.3  $\exists x \hat{I} \mathbb{R}$ ,  $x^2 = 16$ .

7.4  $\exists x \hat{I} \{\text{cobras}\}$ ,  $x$  é venenosa.

---

8.1 Existe pelo menos um número real que é solução da equação  $x^2 + 3x + 2 = 0$ . Pág. 32

8.2 Existe pelo menos um número natural que é solução da equação  $x^2 + 3x + 2 = 0$ .

8.3 Existe pelo menos um número real cujo quadrado aumentado de três unidades é positivo.

8.4 Existe pelo menos um número real que é solução da inequação  $3x - 2 < x$ .

8.5 Existe pelo menos um número natural que é solução da inequação  $3x - 2 < x$ .

9. (8.1) É verdadeiro. Por exemplo para  $x = -1$ .

(8.2) É falso.

(8.3) É verdadeiro. Por exemplo para  $x = 1$ .

(8.4) É verdadeiro. Por exemplo para  $x = 0$ .

(8.5) É falso.

10.1 É verdadeira. (Para  $x = 2$ )

10.2 É falsa. (Admite duas soluções:  $x = -2$  ou  $x = 2$ ).

10.3 É verdadeira.

---

11.1  $x$  e  $y$  são livres. Pág. 33

11.2  $x$  é muda.

11.3  $x$  é livre e  $y$  é muda.

11.4  $x$  é muda.

12. A expressão de 11.1 é uma condição.

A expressão de 11.2 é uma proposição.

A expressão de 11.3 é uma condição.

A expressão de 11.4 é uma proposição.

13. Se  $x = 1$ , vem:  $2y < 5$ .

Se  $x = 2$ , vem:  $2y < 4$ .

Se  $x = 3$ , vem:  $2y < 3$ .

Se  $x = 4$ , vem:  $2y < 2$ .

Então, em  $\mathbb{N}^*$ , o conjunto-solução é  $\{1, 2\}$ .

---

14.1 a) "  $x, y \hat{I} \mathbb{R}$ ,  $x + y = 0$ . Pág. 34

b)  $\exists x, y \hat{I} \mathbb{R}$ ,  $x + y = 0$ .

c) "  $x \hat{I} \mathbb{R} \exists y \hat{I} \mathbb{R}$ ,  $x + y = 0$ .

d)  $\exists x \hat{I} \mathbb{R} \exists y \hat{I} \mathbb{R}$ ,  $x + y = 0$ .

14.2 (a) Quaisquer dois números reais têm soma nula. (Falso)

(b) Existem pelo menos dois números reais cuja soma é nula. (Verdadeiro)

(c) Para todo o número real existe pelo menos um outro número real cuja soma com o primeiro é nula. (Verdadeiro)

(d) Existe pelo menos um número real que adicionado com qualquer outro dá soma nula. (Falso)

15.1 Verdadeiro. ( $y = 1$ )

15.2 Verdadeiro. ( $x = 0$ )

16.1  $\exists x \in T, x$  não joga futebol. Pág. 35

16.2 " $\forall x \in T, x$  não joga xadrez e/ou  $x$  não joga dominó.

16.3 " $\forall x \in \mathbb{R}, 2x + 1 \neq x - 5$ .

16.4  $\forall x \in \mathbb{N}, |x| \geq 2 \vee 2x - 5 \notin \mathbb{0}$ .

17.  $\exists x \in \mathbb{R} \wedge \forall y \in \mathbb{Z}, x \neq 3y$ .

18.1  $A(n) = 1 + 2^{1-n}$  Pág. 37

$$A(1) : u_1 = 1 + 2^{1-1}$$

$$\text{Ora, } u_1 = 2 \text{ e } 2 = 1 + 2^{1-1}$$

Logo,  $A(1)$  é verdadeira.

Suponhamos que  $A(n)$  é verdadeira para o inteiro  $p$ , ou seja:

$$u_p = 1 + 2^{1-p}$$

Vamos provar que  $A(n)$  é verdadeira para o inteiro  $p+1$ , isto é:

$$u_{p+1} = 1 + 2^{1-(p+1)} \iff u_{p+1} = 1 + 2^{-p}$$

$$\text{Sabemos que } u_{n+1} = \frac{1 + u_n}{2}$$

Partindo daqui, pode-se escrever:

$$u_{p+1} = \frac{1 + u_p}{2}$$

Mas sabe-se, por hipótese de indução, que  $u_p = 1 + 2^{1-p}$ .

Então, substituindo  $u_p$ , vem:

$$u_{p+1} = \frac{1 + (1 + 2^{1-p})}{2}$$

$$u_{p+1} = \frac{2 + 2^{1-p}}{2}$$

$$u_{p+1} = \frac{2 \cdot (1 + 2^{-p})}{2}$$

$$u_{p+1} = 1 + 2^{-p}$$

isto é,

$$A(p+1)$$

18.2 a)  $A(n) : u_n = \frac{n(n+1)}{2}$

$$A(1) : u_1 = \frac{1 \cdot (2+1)}{2}$$

$$\text{Ora, } u_1 = 1 \text{ e } 1 = \frac{1 \cdot (2+1)}{2}$$

Logo,  $A(1)$  é verdadeira.

Suponhamos que  $A(n)$  é verdadeira para o inteiro  $p$ , ou seja:

$$u_p = \frac{p(p+1)}{2}$$

Vamos provar que  $A(n)$  é verdadeira para o inteiro  $p+1$ , isto é:

$$u_{p+1} = \frac{(p+1)((p+1)+1)}{2} \iff u_{p+1} = \frac{(p+1)(p+2)}{2}$$

Sabemos que:

$$u_n = 1 + 2 + 3 + \dots + n$$

$$u_{n+1} = (1 + 2 + 3 + \dots + n) + (n+1)$$

Ou seja:

$$u_{n+1} = u_n + (n+1)$$

Partindo daqui, pode-se escrever:

$$u_{p+1} = u_p + (p+1)$$

Mas sabe-se, por hipótese de indução, que  $u_p = \frac{p(p+1)}{2}$ .

Então, substituindo  $u_p$ , vem:

$$u_{p+1} = \frac{p(p+1)}{2} + (p+1)$$

$$u_{p+1} = \frac{p(p+1) + 2(p+1)}{2}$$

$$u_{p+1} = \frac{(p+1)(p+2)}{2}$$

isto é,

$$A(p+1)$$

b)  $A(n) : u_n = (3 \cdot 2)^n$

$$A(1) : u_1 = (3 \cdot 2)^1$$

$$\text{Ora, } u_1 = 3^1 \cdot 2^1 = 6 \text{ e } 6 = (3 \cdot 2)^1$$

Logo,  $A(1)$  é verdadeira.

Suponhamos que  $A(n)$  é verdadeira para o inteiro  $p$ , ou seja:

$$u_p = (3 \cdot 2)^p$$

Vamos provar que  $A(n)$  é verdadeira para o inteiro  $p+1$ , isto é:

$$u_{p+1} = (3 \cdot 2)^{p+1}$$

Sabemos que:

$$u_n = 3^n \cdot 2^n \text{ e}$$

$$u_{n+1} = 3^{n+1} \cdot 2^{n+1} \iff u_{n+1} = 3^n \cdot 3 \cdot 2^n \cdot 2$$

Ou seja:

$$u_{n+1} = u_n \cdot (3 \cdot 2)$$

Partindo daqui, pode-se escrever:

$$u_{p+1} = u_p \cdot (3 \cdot 2)$$

Mas sabe-se, por hipótese de indução, que  $u_p = (3 \cdot 2)^p$ .

Então, substituindo  $u_p$ , vem:

$$u_{p+1} = (3 \cdot 2)^p \cdot (3 \cdot 2)$$

$$u_{p+1} = (3 \cdot 2)^{p+1}$$

isto é,

$$A(p+1)$$

1. Resposta: (D).

Pág. 38

2. Resposta: (A).

3. Resposta: (C).

4. Resposta: (C).

5. Resposta: (B).

6. Resposta: (A).

7. Resposta: (B).

8.1  $\forall x \in \mathbb{N}, x > 0$ .

Pág. 39

8.2  $\exists x \in \mathbb{R}, x < 0$ .

8.3  $\forall x \in \mathbb{Q}, |x| \geq 0$ .

8.4  $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 \geq x + 6$ .

8.5  $\exists x \in \mathbb{Z}, x \in \{-5, 5\}$ .

8.6  $\forall x \in \mathbb{Z}, x \in \{4, 5\}$ .

9.1 Todo o número natural é real. (Verdadeiro)

9.2 Em  $L$  a conjunção é idempotente. (Verdadeiro)

9.3 Há pelo menos um número real cujo valor absoluto é não superior a sete. (Verdadeiro)

9.4 Todo o número natural é maior que o seu inverso. (Falso)

9.5 Há pelo menos um número real que é maior que o seu inverso. (Verdadeiro)

9.6 Existe pelo menos um número do intervalo  $[1, 5]$  que é igual a 5. (Falso)

10.1 a) Existe pelo menos um ser vivo que esteve na Lua.

b) Todo o número inteiro é igual ao seu dobro.

10.2 A proposição de 10.1 a) é verdadeira.  
A proposição de 10.1 b) é falsa.

10.3 Proposição de 10.1 a)  
 $\forall x \in H, x$  não esteve na Lua.  
Proposição de 10.1 b)  
 $\exists x \in \mathbb{Z}, x^2 = 2x$ .

11.1 a)  $\forall x \in \mathbb{Z} \exists y \in \mathbb{Z}, y < x$ .

b)  $\exists x \in \mathbb{Z} \forall y \in \mathbb{Z}, x < y$ .

11.2 A proposição de 11.1 a) é verdadeira.  
A proposição de 11.1 b) é falsa.

12.1 Falso.

12.2 Verdadeiro.

13.1 (a) O produto de dois números reais existe sempre e é único.  
(b) Propriedade comutativa.  
(c) Propriedade associativa.  
(d) Existência de elemento neutro.  
(e) Existência de inverso em  $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ .

13.2 Verdadeiro.  
Falso.

14.1  $\forall x, y \in \mathbb{R}, x + y = y + x$ .

14.2  $\exists u \in \mathbb{R} \forall x \in \mathbb{R}, x + u = u + x = x$ .

14.3  $\forall x \in \mathbb{R} \exists y \in \mathbb{R}, x + y = y + x = 0$ .